



Favoriser la prise d'initiative en mathématiques au collège : quelle évolution dans les praxéologies professorales ?

Isabelle Marfaing

► To cite this version:

Isabelle Marfaing. Favoriser la prise d'initiative en mathématiques au collège : quelle évolution dans les praxéologies professorales ?. Education. 2013. dumas-00881168

HAL Id: dumas-00881168

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00881168>

Submitted on 7 Nov 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



IUFM Midi-Pyrénées
Ecole interne de l'Université de Toulouse 2-Le Mirail

MEMOIRE DE MASTER 2

MASTER EFE-2IDN

Ouverture Professionnelle en Milieu Scolaire dans un Cadre Pluridisciplinaire Inter degrés (OPMSPI)

ANNEE 2012-2013

Présenté et soutenu par : Isabelle Marfaing

Le 27/09/2013

**FAVORISER LA PRISE D'INITIATIVE EN MATHÉMATIQUES AU
COLLÈGE : QUELLE ÉVOLUTION DANS LES PRAXÉOLOGIES
PROFESSORALES ?**

ENCADREMENT :

Gisèle CIRADE, Maître de conférences en didactique des mathématiques, IUFM
Midi-Pyrénées, UMR EFTS.

TRAJET RECHERCHE : INTERACTIONS DIDACTIQUES

Jury : Gisèle Cirade et Jean-Pierre Bourgade

Remerciements

En premier lieu, je remercie ma directrice de mémoire, Mme Cirade, pour avoir accepté de diriger ce mémoire. Sa gentillesse, sa patience, ses encouragements et surtout ses précieuses directives ont représenté pour moi un apport structurant essentiel.

Je remercie les membres du jury de l'intérêt qu'ils voudront bien porter à ce travail.

Je tiens aussi à remercier vivement les deux professeures que nous désignons par les prénoms Christine et Pascale pour avoir ouvert la porte de leur classe et répondu avec beaucoup de disponibilité à mes questions.

Merci aux collègues qui ont pris le temps de renseigner le questionnaire que j'utilise dans ce travail.

Pour finir, je voudrais aussi préciser que c'est dans le cadre du congé de formation professionnelle octroyé par l'Éducation nationale que j'ai pu mener à bien ce travail.

Table des matières

Introduction	6
Chapitre 1. Les « tâches non guidées » exigeant une « prise d’initiative ».....	8
1.1. Vers un changement de paradigme	8
1.2. Problématique et cadre théorique	12
1.3. Méthodologie	14
Chapitre 2. Les ressources disponibles dans la profession.....	19
2.1. Quelle désignation ? Quel objet ?	19
2.2. Les sites académiques	20
2.3. Le site de l’APMEP	22
2.4. La banque de situations d’apprentissage sur Éduscol.....	23
2.5. Les journées pédagogiques dans l’académie de Toulouse.....	27
2.6. L’épreuve sur dossier du CAPES de mathématiques	28
2.7. Les manuels scolaires de troisième.....	33
Chapitre 3. Une construction collective	48
3.1. Éléments de méso-contexte	48
3.2. La séance du 26 mars 2013	50
3.3. Analyse de l’enjeu de l’étude.....	50
3.4. Le déroulement de la séance	56
3.5. La direction d’étude de Camille.....	60
3.6. Premières conclusions.....	67
Chapitre 4. Le souci de l’avancée du temps didactique.	72
4.1. La séance du 9 avril 2013	72
4.2. Analyse de l’enjeu de l’étude.....	73
4.3. Le déroulement de la séance	77
4.4. La direction d’étude de Camille.....	82

4.5. Premières conclusions.....	88
4.6. Conclusion croisée des deux séances de Camille	90
Chapitre 5. Les élèves : de futurs citoyens.....	92
5.1. Éléments de méso-contexte	92
5.2. La séance du 2 avril 2013	93
5.3. Analyse de l'enjeu de l'étude.....	94
5.4. Le déroulement de la séance	98
5.5. Effets sur les élèves.....	106
5.6. Éléments de conclusion en rapport avec la séance	108
Conclusion	110
Conclusion croisée de deux praxéologies professorales.....	110
Le questionnaire	111
Les TNGI et les séances « ordinaires »	112
Références	115
Sigles et acronymes.....	118
Annexes	119
Annexe 1 : Les nouvelles modalités de l'épreuve de mathématiques du DNB.....	120
Annexe 2 : Questionnaire diffusé aux professeurs (formulaire en ligne).....	122
Annexe 3 : Réponses au questionnaire diffusé aux professeurs	128
Annexe 4 : Un sujet de l'épreuve sur dossier du CAPES de mathématiques, 2011.....	139
Annexe 5 : Extrait de la page 7 du Manuel <i>Zénius</i> 3 ^e	140
Annexe 6 : Fiche d'exercices élaborée par Camille et une de ses collègues,.....	141
Annexe 7 : Corpus de Camille – Séance en classe de 5 ^e - 26 mars 2013.....	142
Annexe 8 : Corpus de Camille – Séance en classe de 4 ^e – 9 avril 2013	157
Annexe 9 : Corpus de Pascale– Séance en classe de 3 ^e - 2 avril 2013	171
Annexe 10 : Questionnaire distribué aux élèves de 3 ^e de la classe de Pascale.....	183
Annexe 11 : « Une chance sur deux » Banque de situations d'apprentissage.....	184

Introduction

L'objet de ce travail est d'étudier d'un certain point de vue ce que nous appellerons, dans un premier temps, les « pratiques professionnelles » des professeurs exerçant en collège, dans leurs dimensions institutionnelle et personnelle. D'une manière générale, les pratiques, ciblées sur l'apprentissage des élèves, répondent à des exigences institutionnelles et, à l'origine de la recherche présentée ici, il y a l'objectif d'analyser les effets d'une contrainte liée à la redéfinition récente de l'épreuve de mathématiques du diplôme national du brevet et impliquant une modification dans lesdites pratiques, ce qui nous semble constituer un problème professionnel.

Le dispositif mis en place repose, d'une part, sur l'étude de ressources considérées comme une aide potentielle pour les professeurs et, d'autre part, sur des observations en classe. Dans ce cadre, nous tenons à préciser dès à présent que nous avons travaillé avec des professeurs clairement engagés dans les changements que nous souhaitons observer : les séances à partir desquelles nous avons mené notre travail font partie de leur « ordinaire ». Nous avons choisi de ne pas proposer d'ingénierie didactique auxdits professeurs, afin d'observer des praxéologies « spontanées » et « personnelles ».

Lors de l'analyse des séances en classe menées par ces professeurs expérimentés, nous avons accordé une attention particulière à l'identification de gestes professionnels¹ spécifiques qui nous ont semblé provoqués par ce changement. Des échanges à propos de leurs pratiques d'enseignement et l'examen de productions d'élèves viendront éclairer ces observations, toujours dans l'objectif de comprendre le réel de l'activité enseignante.

Nous espérons que les résultats présentés dans ce travail de recherche permettront à terme d'apporter un éclairage pour les professeurs, tant au niveau de la conception de leurs séances qu'en termes de gestion de classe. En outre, l'analyse des pratiques professionnelles conduisant à l'analyse du fonctionnement de l'institution à laquelle les

1. Nous précisons en temps utile la signification que nous donnons à cette expression, relativement galvaudée.

professeurs appartiennent, l'ensemble de notre travail conduit naturellement à des interrogations concernant « la profession » toute entière.

Chapitre 1. Les « tâches non guidées » exigeant une « prise d'initiative »

1.1. Vers un changement de paradigme

1.1.1. Notre travail d'étude et de recherche porte sur les conditions et les contraintes de l'intégration de ce que nous appellerons les « tâches non guidées exigeant une prise d'initiative » (TNGI) dans l'enseignement des mathématiques au collège. Ce questionnement a pour origine un changement des modalités de l'épreuve de mathématiques du diplôme national du brevet (DNB). À partir de la session 2013, le découpage en trois parties (activités numériques, activités géométriques et problème) est remplacé par une série d'exercices indépendants dont le nombre peut varier entre 6 et 10 avec la précision suivante² : « Un des exercices au moins a pour objet une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat » (MEN-DGESCO, 2012, cf. Annexe 1).

Nous voyons en cela un élément qui vient sajouter à la volonté déjà présente dans la noosphère du système scolaire d'un nouveau rapport institutionnel aux mathématiques et à leur étude. Dans le document intitulé *Raisonnement et démonstration*, de la collection « Ressources pour les classes de 6^e, 5^e, 4^e, [sic] et 3^e du collège », on peut lire :

... le programme de mathématiques du collège accorde une place centrale à la résolution de problèmes. Il insiste en particulier fortement sur l'importance de la résolution de problèmes dans l'acquisition du socle commun de connaissances et de compétences. La résolution de problèmes constitue en effet, dans le champ des mathématiques, la mise en œuvre de la méthode d'investigation » (MEN-DGESCO, 2009, p. 1).

La résolution de problèmes est bien au cœur de l'enseignement actuel.

1.1.2. Avant de continuer, arrêtons-nous un instant sur le mot « problème », en commençant par reprendre une citation de Jean Brun qui nous semble largement diffusée

2. Note de service n° 2012-029 du 24-2-2012 (NOR : MENE1204539N).

dans la noosphère³ : « Dans une perspective psychologique [...] un problème est généralement défini par une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème dans un rapport sujet/situation que si la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire » (1990, p. 2). Continuons en examinant que ce l'on trouve à l'entrée « Problème », sous l'onglet « Étymologie », dans le *Trésor de la langue française informatisée* (TLFi) : « d) 1963 [...] Empr. au lat. *problema* “problème, question à résoudre”, gr. πρόβλημα “ce qu'on a devant soi, obstacle; tâche, sujet de controverse, problème”, dér. de προβάλλω “jeter devant ; mettre en avant comme argument ; proposer (une question, une tâche, etc.)”. » Pour terminer (provisoirement) cette petite étude, citons Yves Chevallard (1999) quand il aborde la question du routinier et du problématique : « On peut imaginer un monde institutionnel dans lequel les activités humaines seraient régies par des praxéologies bien adaptées permettant d'accomplir toutes les tâches voulues d'une manière à la fois efficace, sûre et intelligible. Mais un tel monde n'existe pas : comme on l'a suggéré, les institutions sont parcourues par toute une dynamique praxéologique, qu'on n'examinera ici que très brièvement. » Il continue en distinguant ensuite les *types de tâches* et les *types de problèmes* : « Surtout, dans un univers de tâches *routinières* surgissent à tout instant, ici et là, des tâches *problématiques*, qu'on ne sait pas – pas encore – accomplir. De nouveaux types de tâches, qui sont alors des types *de problèmes*, s'affirment ainsi, autour desquels de nouvelles praxéologies devront se constituer. » Nous reviendrons ultérieurement sur les notions qui sont ici utilisées (praxéologie, type de tâches), mais cela nous permet d'indiquer d'ores et déjà que nous interprétons une « tâche non guidée exigeant une prise d'initiative » comme un problème, la démarche étant, dans ce cas, complètement à la charge de l'élève.

1.1.3. Nous rattachons la volonté affichée de développer chez les élèves une prise d'initiative dans le cadre de la résolution de problèmes à des compétences plus larges, qui dépassent le cadre scolaire, ce que les auteurs des enquêtes PISA nomme « littératie » et qui renvoie « à la capacité des élèves d'exploiter des savoirs et savoir-faire dans des matières clés, et d'analyser, de raisonner et de communiquer lorsqu'ils énoncent, résolvent et interprètent des problèmes qui s'inscrivent dans divers contextes » (OCDE, 2011 p. 18).

3. Ce passage, que l'on peut retrouver en ligne http://www.ssrdm.ch/mathecole/wa_files/Mathecole_141.pdf, a notamment été repris dans un ouvrage de la collection ERMEL, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes. CM1/CM2* (pp. 45-46) Hatier, INRP, 1997

PISA⁴, *Programme international pour le suivi des acquis des élèves*, est un programme géré par l'OCDE⁵, qui existe depuis 1997. Dans le cadre de ce programme, des enquêtes sont menées dans 65 pays (tous les trois ans) afin d'évaluer la capacité des jeunes à mobiliser leurs connaissances et compétences pour relever les défis du monde réel. L'idée sous-jacente est ici que « le but de l'éducation contemporaine n'est pas d'aboutir à une connaissance encyclopédique qui serait une somme de savoirs accumulés, mais de faire acquérir aux élèves les outils intellectuels qui leur permettront de répondre aux sollicitations complexes de la vie moderne » (Felouzis & Charmillot, 2012, p. 20).

Dans une étude qu'il a menée sur les enquêtes PISA, Antoine Bodin (2005) présente un classement selon trois niveaux de compétences : la classe 1, appelée *reproduction*, « consiste en calculs simples et définitions du type le plus habituel dans les évaluations » ; la classe 2, désignée par *connexions*, « demande que des connexions soient faites pour résoudre des problèmes simples » et enfin la classe 3, nommée *réflexion*, « demande pensée mathématique, généralisation et initiatives [...] demande que les élèves s'engagent dans l'analyse, qu'ils identifient les éléments de la situation proposée et qu'ils posent leurs propres problèmes » (p. 7).

Relativement à la réussite des élèves français, on trouve le constat suivant dans un dossier consacré aux compétences du socle commun⁶ sur *Éduscol* : « Les résultats obtenus lors des différentes enquêtes du PISA montrent que les élèves français réussissent très correctement les tâches simples mais rencontrent des difficultés lorsqu'il s'agit d'effectuer une tâche dite « complexe » exigeant d'articuler plusieurs tâches simples non précisées, en particulier lorsque le contexte ne permet pas d'identifier le champ disciplinaire concerné ou lorsqu'il est « caché » dans un cas concret de la vie courante » (MEN-DGESCO, 2010, p. 13).

En outre, concernant les élèves français, Gilbert Arsac et Michel Mante (2007) rapportent que les conclusions de l'enquête PISA révèlent que « plus que d'autres pays, ils s'abstiennent de répondre ou hésitent devant la nécessaire prise d'initiative, notamment lorsqu'une démarche par essais et ajustements est possible » (p. 144) et affirment que « les méthodes de travail utilisées en classe influent grandement sur le comportement des élèves face à l'activité de résolution de problèmes » (p. 144).

4. PISA : Program for International Student Assessment.

5. OCDE : Organisation de Coopération et de Développement Économique.

6. Fiche repère pour la mise en œuvre du livret de compétences au collège (MEN-DGESCO) : http://media.Éduscol.education.fr/file/socle_commun/97/5/ReperesLivretcompetences_145975.pdf.

1.1.4. Nous savons que le pilotage de l'institution se réalise d'une manière efficace à travers les modalités des examens et concours. L'apparition dans le sujet de l'épreuve de mathématiques du DNB d'une « tâche non guidée exigeant une prise d'initiative » nous apparaît être un signe fort de l'institution en direction des professeurs de collège, de l'évolution de l'enseignement des mathématiques.

Notons que nous avons trouvé l'expression « exercices à prise d'initiative » dans le compte rendu d'un atelier-débat qui s'est déroulé en octobre 2004⁷, lors des journées nationales de l'APMEP. Dans cet atelier, intitulé : « Degré d'ouverture et prise d'initiative lors de l'évaluation », la réflexion porte sur les « exercices à prise d'initiative » et, notamment, sur leur intégration dans l'épreuve du baccalauréat⁸. La distinction est établie entre « problèmes ouverts⁹ » et « exercices à prise d'initiative », distinction tenant au « degré d'ouverture ». Pour les problèmes ouverts, le compte rendu propose la citation suivante, attribuée à Roland Charnay : « Son objectif [du problème ouvert] est d'initier à la démarche scientifique dans la recherche de la solution d'un problème dont l'énoncé est court, formulé en langage ordinaire, compréhensible par tous, sans indications de méthode ou solution, permettant de faire des essais, de conjecturer, et ne devant faire appel, pour sa résolution, qu'à des outils adaptés au niveau et aux savoirs du public concerné. ». Les membres de ce groupe de travail rattachent les exercices à prise d'initiative aux problèmes ouverts en précisant que ce qu'ils nomment le « degré d'ouverture » est moindre pour les exercices à prise d'initiative. Nous comprenons cela dans le sens où dans les deux cas, ces types particuliers de problèmes sont destinés à développer un comportement de recherche, leur résolution implique la mise en œuvre de capacités d'ordre méthodologique.

Selon G. Arsac et M. Mante (2007), auteurs d'un travail sur « les pratiques du problème ouvert », définissent un tel problème ainsi :

- L'énoncé est court ;
- L'énoncé n'induit ni la méthode ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de questions du type « montrer que »). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours ;

7. <http://www.apmep.asso.fr/Compte-rendu-de-l-ATELIER-DEBAT>.

8. La conclusion du compte rendu est la suivante : « En dépit des difficultés qu'elle présente, l'introduction progressive d'exercices à prise d'initiative au bac est demandée par l'APMEP ; sur ce sujet précis, les positions de l'inspection générale semblent proches des nôtres. »

9. Le terme « problème ouvert » a été introduit par une équipe de l'IREM de Lyon ; il date de 1984.

– Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s’engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples. (p. 20)

Il est clair que le caractère « ouvert » d’un problème dépend du moment où il est proposé dans l’apprentissage. Ainsi, confronter l’élève à des problèmes qu’il n’a pas appris à résoudre, autrement dit exigeant une prise d’initiative, le place dans une activité qui diffère des autres types d’activités « habituelles » proposées dans l’enseignement des mathématiques et permet de développer d’autres compétences.

L’introduction des TNGI dans l’enseignement des mathématiques en collège peut-elle être considérée comme une brique de l’édifice que serait un nouveau modèle d’enseignement ? Le paradigme scolaire traditionnel correspond à un enseignement directif dans le sens où des « savoirs » sont apportés par le professeur, puis complétés par des « exercices d’application », ce que Y. Chevallard (2012) nomme « paradigme de la visite des œuvres » et décrit comme un « répertoire de “monuments” de différentes tailles à visiter sous la conduite du professeur » (p. 1). Il oppose ce paradigme à celui « dit du questionnement du monde, où l’on s’instruit en étudiant des questions auxquelles on essaie par là d’apporter des réponses, rassemblant et étudiant pour cela des œuvres idoine, mathématiques et autres, en fonction des besoins » (p. 1).

Peut-on voir dans la préconisation institutionnelle de proposer des TNGI aux élèves de collège, une contribution supplémentaire visant à réaffirmer l’intention d’un changement de paradigme scolaire, déjà amorcé mais qui a du mal et qui prend du temps à émerger ?

1.2. Problématique et cadre théorique

1.2.1. Notre étude s’intéresse donc aux « pratiques enseignantes », à propos desquelles Éric Roditi affirme : « Les pratiques des professeurs sont soumises à des contraintes institutionnelles et sociales, à des règles de métier et à des habitudes qui limitent les possibilités d’agir d’un professeur, mais aussi qui l’aident à savoir ce qu’il doit faire, à savoir ce que d’autres feraient s’ils étaient à sa place. Il existe cependant une diversité des pratiques qui montre que si tout n’est pas possible, des marges de manœuvre laissent à chacun un éventail de possibilités pour agir » (2004, p. 12). Mais comment les professeurs réagissent-ils à l’apparition dans le sujet du DNB des « tâches non guidées exigeant une prise d’initiative » ? En suivant Y. Chevallard (2011), nous allons reformuler cette dernière question en nous appuyant sur la notion d’équipement praxéologique : « Étant donné un projet d’activité dans lequel telle institution ou telle personne envisage de s’engager, quel

est, pour cette institution ou cette personne, l'équipement praxéologique qui peut être jugé indispensable ou simplement utile dans la conception et l'accomplissement de ce projet ? » (p. 98). Ainsi, à la grande diversité des types de tâches auxquels sont confrontés les professeurs du secondaire, vient donc s'ajouter un supplémentaire, « développer la prise d'initiative chez les élèves », notamment lorsqu'ils sont placés en situation de recherche.

Nous nous interrogeons sur la prise en compte et l'intégration de ce nouveau type de tâches dans l'équipement praxéologique des professeurs enseignant en collège, sur les techniques mises en œuvre pour l'accomplir ainsi que sur ce qui peut les justifier. D'autres questions surgissent : dans quelle mesure la mise en œuvre de tâches non guidées exigeant une prise d'initiatives modifie-t-elle les praxéologies professionnelles ? Ces types de travaux différent-ils des autres activités en termes de partage de responsabilité entre enseignant et élèves ? Des ressources spécifiques, identifiables, à disposition des professeurs existent-elles ?

Pour étudier ces différentes questions, nous nous placerons dans le cadre de la *théorie anthropologique du didactique* (TAD), qui situe l'activité mathématique dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales. Dans ce cadre, on considère que « toute activité humaine peut être subsumée sous un modèle unique, que résume ici le mot praxéologie » (Chevallard, 2007). Une praxéologie relative à un type de tâches T précise une manière d'accomplir, de réaliser les tâches qui relèvent du type de tâches T : il s'agit de la technique τ relative à T : le bloc $[T / \tau]$ modélise ce que l'on nomme couramment savoir-faire. On nomme technologie un discours raisonné (logos) sur la technique (technè). La technologie a plusieurs fonctions : justifier rationnellement la technique, l'expliquer, la rendre intelligible, éclairer la technique et produire des techniques. Au niveau supérieur, se place la théorie dont la fonction est explicitée par Y. Chevallard en ces termes : « À son tour, le discours technologique contient des assertions, plus ou moins explicites, dont on peut demander raison. On passe alors à un niveau supérieur de justification-explication-production, celui de la *théorie*, Θ , laquelle reprend, par rapport à la technologie, le rôle que cette dernière tient par rapport à la technique ». On pourrait bien entendu envisager un niveau supérieur « une théorie de la théorie » mais en fait, l'analyse d'une activité en référence aux trois niveaux technique/technologie/théorie suffit, en règle générale, à en rendre compte (voir Chevallard, 1999).

La praxéologie relative à un type de tâches (noté T) contient au moins une technique (notée τ) une technologie (notée θ) et une théorie (notée Θ). En TAD, on note une praxéologie de manière formelle ainsi : $[T / \tau / \theta / \Theta]$. Les organisations mathématiques et

les organisations didactiques qui permettent d'étudier respectivement les activités mathématiques proposées aux élèves et le travail de l'enseignant se déduisent de cette modélisation praxéologique.

Nous entendons ainsi par organisations mathématiques les organisations praxéologiques relatives aux activités mathématiques. En s'en tenant aux contraintes liées à la discipline scolaire (ici, les mathématiques), on distingue quatre niveaux d'organisations mathématiques ponctuelles (unique type de tâches) locales (une technologie mathématique), régionales (une théorie mathématique), globales (intégrant plusieurs théories). L'organisation didactique, quant à elle, se laisse découper en six moments didactiques : on distingue ainsi la première rencontre avec l'enjeu de l'étude à travers un type de tâches, l'exploration du type de tâches et l'élaboration d'une technique, la constitution du bloc technologico-théorique relatif à la technique, le travail de l'organisation mathématique (qui doit rendre la technique plus efficace), l'institutionnalisation et l'évaluation. Nous concevons ce concept de moment d'étude comme un outil d'analyse en effet, chacun remplit une fonction didactique spécifique dans le processus d'étude.

Ces deux concepts, praxéologie et moments de l'étude, nous paraissent être des outils à la fois théoriques et méthodologiques qui vont nous permettre de décrire puis analyser dans le but, *in fine*, d'étudier ce que le professeur fait effectivement en classe et essayer ainsi d'appréhender la complexité des pratiques enseignantes.

1.3. Méthodologie

Nous distinguons trois « temps » dans notre travail d'étude et de recherche. Tout d'abord, nous analysons les conditions mises en œuvre par l'institution pour impulser ce changement et accompagner cette évolution, en examinant quelles sont les aides qu'un professeur mathématiques de collège peut trouver, pour proposer en classe des TNGI. Dans cette optique il nous a semblé opportun d'étudier certaines ressources, que nous précisons ci-dessous. Pour prolonger ce travail, nous observons et analysons les praxéologies enseignantes de deux professeurs expérimentés, ce qui nous permettra de rendre compte de « praxéologies spontanées ». En outre, afin d'esquisser un « état des lieux » plus complet, nous avons réalisé un questionnaire à destination de professeurs de collège (cf. Annexe 2)

1.3.1. Nous nous intéressons ici au *travail documentaire des professeurs*, qui consiste à rechercher des ressources, les sélectionner, et éventuellement les transformer. Nous avons

choisi d'étudier les ressources proposées par la partie dédiée aux mathématiques des sites académiques ainsi que par le site de l'APMEP. Il nous a semblé aussi judicieux d'étudier les ressources choisies dans le cadre de la formation continue sur l'académie de Toulouse pour être présentées aux professeurs, en particulier la « banque de situations d'apprentissage et d'évaluation pour la compétence 3 » du site *Éduscol*. Nous examinons ensuite les sujets de l'épreuve sur dossier du CAPES de mathématiques, avant de clore cette partie avec l'étude des ressources que constituent les énoncés de manuels scolaires au niveau de la classe de 3^e.

1.3.2. E. Roditi (2010) a montré que « les enseignants travaillent effectivement dans un réseau de contraintes, mais qu'ils investissent néanmoins des marges de manœuvre, notamment dans leur gestion de l'enseignement en classe » (p. 5). Nous présentons deux *études de cas*, ciblées sur la conduite de la classe par le professeur en séance. Nous avons souhaité nous placer à l'échelle du quotidien, en étudiant des cas et donc en s'appuyant dans une approche clinique. Précisons que nous avons observé des pratiques enseignantes sans mise en place d'ingénierie didactique, l'idée étant d'assister à une séance dans laquelle le professeur proposait une TNGI aux élèves, dans des conditions les plus « naturelles » possibles. Au mois de mars 2013, nous avons contacté deux professeures enseignant en collège qui ont intégré ce type de travail dans leurs pratiques, et convenu qu'elles nous préviendraient lors de la mise en place d'une TNGI. L'expérience de ces professeures dans ce domaine, alliée à un rapport positif à cette prescription, a guidé notre choix de s'adresser à elles pour réaliser nos observations. De plus une des professeures, par ailleurs formatrice, avait déjà été amenée à filmer sa classe et cela nous a paru être un avantage pour obtenir une situation la plus proche possible des conditions « normales » d'enseignement.

Les séances ont été observées au printemps (ce qui correspond au début du troisième trimestre de l'année scolaire), à un moment où l'objet TNGI ne constitue plus une nouveauté pour les élèves, ceux-ci ayant eu l'occasion de réaliser ce type de travail auparavant. Deux séances ont été filmées à 15 jours d'intervalle pour la professeure que nous appellerons Camille et ce, pour deux niveaux différents, une classe de 5^e et une classe de 4^e. Observer les pratiques d'un même professeur dans deux séances différentes nous a paru intéressant en vue d'une analyse comparative. Une séance a été enregistrée en audio pour la professeure à qui nous attribuons le prénom de Pascale, dans une classe de niveau 3^e.

Précisons que, dans chacun des cas, nous avons réalisé un bref entretien « *ante* », juste avant la séance et un entretien « *post* » quand cela a été possible, afin de recueillir les impressions des professeures sur le moment. Ces deux entretiens ont été menés de façon semi-directive, l'objectif étant de laisser une liberté la plus grande possible aux professeurs dans leurs réponses. Les questions ont essentiellement porté sur les raisons d'intégrer ce type de travail dans l'enseignement, les objectifs spécifiques poursuivis ainsi que les ressources utilisées comme base de travail. Nous avons aussi pu nous entretenir par la suite avec les deux professeures, de manière plus informelle (entretiens non enregistrés), environ deux mois après les séances. Précisons que les élèves ont toujours été prévenus de notre présence et que nous leur avons à chaque fois expliqué brièvement notre démarche avant de répondre à quelques rares questions.

Lors des séances filmées, nous avons placé une caméra au fond de la classe, dans un emplacement permettant de voir le tableau (dans chaque cas, un petit nombre d'élèves n'est pas visible). Pour la séance enregistrée en audio, le matériel d'enregistrement a été positionné sur le bureau du professeur, proche du tableau, et c'est pourquoi certains échanges entre la professeure et des élèves situés loin du tableau n'ont pu être captés. Nous avons aussi pris des notes manuscrites, sur le moment, qui nous ont été utiles par la suite pour ajouter à la retranscription des dialogues des éléments factuels.

Pour la retranscription, nous avons adopté les règles suivantes : les dires d'un élève sont précédés d'un « E » sauf si ce dernier est identifié et, dans ce cas, c'est son prénom qui précède ses dires. Ce qui est écrit au tableau est reproduit dans un cadre sur fond gris foncé ou bien grâce à une photo prise *in situ*. Le déroulement du temps est indiqué dans la colonne de gauche du tableau et les éléments de couleur verte apportent des précisions relatives au contexte. Les normes de retranscription utilisées sont indiquées de la façon suivante : une intonation « montante » (type interrogatif) est indiquée par ↗, une intonation « qui baisse » (type affirmatif) est indiquée par ↘, une intonation de type exclamatif est indiquée par ↑. Les pauses sont signalées par un temps en secondes entre <...> et lorsqu'une intervention orale (ou une partie) est inaudible nous avons rapporté cela par <inaudible>.

Détaillons maintenant la méthodologie d'analyse retenue pour les séances filmées ou enregistrées. Convoquer la notion de praxéologie et le modèle des moments de l'étude nous permet de disposer d'outils pour analyser les praxéologies enseignantes, d'un point de vue que certains, à l'instar de Dominique Bucheton, nomment « gestes professionnels ». Cette chercheuse rattache d'ailleurs ce concept aux trois premiers composants de la

praxéologie : « le geste professionnel dans la dimension gnoséologique de ses visées complexes, se situe dans l'espace de la classe, principalement aux trois premiers niveaux du quadruplet proposé par Y. Chevallard » (2009, p 54).

Le concept de geste professionnel est à entendre ici comme « la part toujours singulière et actée donc ajustée de l'agir du maître en situation » (Bucheton, 2009, p. 54). Eu égard à la grande complexité de l'activité enseignante, ainsi qu'au caractère spécifique de notre étude, nous avons choisi de focaliser notre analyse sur un type particulier de gestes professionnels : les gestes d'ajustements. D. Bucheton fait état de gestes d'ajustements aux élèves, à l'avancée de la leçon, à la situation précisant qu'ils sont engendrées par « la dynamique de l'activité partagée entre le professeur et ses élèves ».

Dans sa « matrice de l'agir professionnel » Anne Jorro (2006), quant à elle, distingue quatre catégories de gestes professionnels : les gestes langagiers, les gestes de mise en scène du savoir, les gestes d'ajustement de / dans la situation et les gestes éthiques, ethos. Elle indique que ces gestes d'ajustements de l'action « relèvent du *kaïros*, de la capacité à intervenir sur le déroulement de l'activité, sur le rythme de l'action (anticipation, accélération, actualisation), sur la modification d'une consigne, sur sa reprise... sur l'invention d'une stratégie nouvelle, sur la prise en compte d'une demande émanant de la classe... » (p. 10). Ces gestes d'ajustement caractérisent la réactivité de l'enseignant en classe, sa disponibilité, et sont visibles en partie, dans les prises de décision dans l'action.

En outre, l'analyse de la séance sera réalisée en étudiant la chronogenèse et la topogenèse au sens donné par Y. Chevallard « Enseignant et enseigné occupent des positions distinctes par rapport à la dynamique de la durée didactique : ils diffèrent par leurs rapports spécifiés à la *diachronie* du système didactique, à ce que l'on peut nommer la *chronogenèse*. Mais ils diffèrent aussi selon d'autres modalités : selon leurs *places* respectives par rapport au savoir en construction, par rapport à ce que l'on peut appeler la *topogénèse* du savoir, dans la *synchronie* du système didactique. » (1985, p 72).

Bien évidemment, le travail des élèves a été pris en compte dans l'analyse, à travers l'étude de traces écrites, lorsque cela a été possible.

1.3.3. Afin de savoir ce qui se pratique actuellement « sur le terrain » relativement aux TNGI, ainsi que la façon dont les professeurs se saisissent de cette injonction institutionnelle, un questionnaire en ligne assez bref a été diffusé à la fin de l'année scolaire. Indiquons dès à présent la raison du choix délibéré que nous avons fait en utilisant la terminologie « exercice à prise d'initiative » (EPI) dans le questionnaire : il s'agit de

l'expression qui a diffusé dans l'académie de Toulouse via les ateliers des *Journées pédagogiques*, et ensuite de manière plus large dans les comptes rendus correspondants accessibles à tous sur le site, et il nous a semblé plus judicieux de garder cette expression, même si le terme d'*exercice* est ici employée de façon malencontreuse.

Les questions posées concernent en un premier temps des informations d'ordre général (ancienneté, genre, lieu géographique d'enseignement,...) puis ont trait à la prise en compte des TNGI dans l'enseignement : fréquence des TNGI selon le niveau de classe, ressources utilisées, impact « ressenti » sur l'apprentissage des élèves, raisons d'en proposer ou pas, avantages et inconvénients que cela représente, prise en compte dans l'évaluation. Par messagerie, il a été d'abord envoyé à une dizaine de professeurs de collège, faisant partie de nos connaissances, qui eux-mêmes l'ont ensuite transféré à leurs collègues. Ainsi nous avons pu recueillir 24 réponses, provenant de professeurs exerçant dans l'académie de Toulouse. Sans proposer une étude exhaustive des réponses, à l'occasion nous ferons référence à une réponse pour illustrer ou éclairer notre propos.

Chapitre 2. Les ressources disponibles dans la profession

2.1. Quelle désignation ? Quel objet ?

2.1.1. Dans notre étude, nous choisissons la dénomination « tâche non guidée exigeant une prise d'initiative » (TNGI) en référence à la mention « Un des exercices au moins a pour objet une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat. » proposée dans la définition des nouvelles modalités du DNB. En explorant les ressources mises à la disposition des professeurs, nous avons noté des différences de terminologie selon les cadres dans lesquels ce concept est cité : sites académiques, site de l'APMEP, manuels, sujets du CAPES, etc.

Nous avons déjà noté que, dans l'académie de Toulouse, dans le cadre de la formation continue, le choix s'est porté sur « exercice à prise d'initiative » et que c'est celui qui a naturellement diffusé auprès des professeurs de mathématiques. On notera que cette expression semble être très largement utilisée : la requête **"exercice à prise d'initiative"** dans le moteur de recherche Google donne environ 1 250 résultats (en 0,33 secondes le 30 juillet 2013). Ceci étant dit, sur le site de l'académie de Montpellier, on relève trois expressions différentes fréquemment utilisées : « exercices à prise d'initiative », « travaux à prise d'initiative » ou bien « problèmes à prise d'initiative ». Par ailleurs, ainsi qu'on le verra, dans les manuels scolaires, certains ont repris « exercice à prise d'initiative » ou bien seulement l'emploi de l'expression « prise d'initiative » et, dans les sujets de l'épreuve sur dossier du CAPES de mathématiques, on trouve la désignation « problème à prise d'initiative ».

2.1.2. Nous nous interrogeons maintenant sur cet objet que nous avons choisi de désigner par l'expression « tâche non guidée exigeant une prise d'initiative » : comment peut-on cerner son introduction dans la noosphère et la façon dont cela a diffusé dans le système scolaire ? Il nous semble indispensable d'étudier ces questions en explorant ce qui a pu se dire ou s'écrire à son sujet dans différentes institutions. Comme point de départ à la

recherche de l'existence d'une « définition », même parcellaire, de cet objet, nous avons entrepris une recherche sur Internet avec les requêtes "**exercices à prise d'initiative**" ou "**tâches non guidées**" (ou bien les mêmes requêtes au singulier) dans certains sites dédiés aux mathématiques. Sans avoir aucunement la prétention de faire un état exhaustif de cette question, nous illustrons notre propos de quelques exemples, qui nous semblent significatifs.

2.2. Les sites académiques

Cette première partie est consacrée à la collecte d'informations présentes dans la partie dédiée aux mathématiques de sites académiques. L'expression « tâches non guidées au D.N.B » sur le site de l'académie de Clermont-Ferrand est associée à une étude du groupe IREM qui propose un recueil d'exercices¹⁰ donnant l'esprit de ce qui pourrait être demandé à l'examen du diplôme national du brevet, en lien avec le concept de « tâche complexe ». Nous allons voir par la suite que la notion de « tâches non guidées » et celle de « tâches complexes » sont souvent comparées, parfois mises en relation et même assimilées.

À propos de la notion de tâche complexe il est précisé : « Maîtriser une situation complexe ne se réduit pas à la découper en une somme de tâches simples effectuées les unes après les autres sans lien apparent. Les tâches complexes permettent de motiver les élèves et de les former à gérer des situations concrètes de la vie réelle en mobilisant les connaissances, les capacités et les attitudes acquises pour en développer de nouvelles. Dans ce contexte, complexe ne veut pas dire compliqué. » Cette citation est reprise du dossier intitulé « Le livret de compétences. Repères pour sa mise en œuvre » (MEN-DGESCO, 2010) consultable en ligne sur le site *Éduscol*¹¹. Ce dossier consacre une fiche aux tâches complexes sous le titre « Accomplir une tâche complexe » dans laquelle on peut lire : « Les tâches simples incitent davantage à des reproductions de procédures laissant peu d'initiative à l'élève et pouvant conduire à une évaluation de micro-compétences. Les tâches complexes apprennent aux élèves à gérer des situations qui mobilisent simultanément des connaissances, des capacités et des attitudes » (p. 12).

10. http://www.acclermont.fr/disciplines/fileadmin/user_upload/Mathematiques/pages/iremclermont-ferrandpresentationtachesnonguidees.htm.

11. http://media.eduscol.education.fr/file/socle_commun/97/5/ReperesLivretcompetences_145975.pdf.

Nous pensons que le caractère complexe ou simple d'une tâche n'est pas intrinsèque, mais que cela dépend de l'avancement dans le processus d'étude – nous y reviendrons dans les études de cas.

2.2.1. Sur le site de l'académie de Montpellier, les expressions « exercices à prise d'initiative » ainsi que « travaux à prises d'initiative » sont utilisées, comme le montre l'extrait d'écran suivant ¹² (Figure 1) :

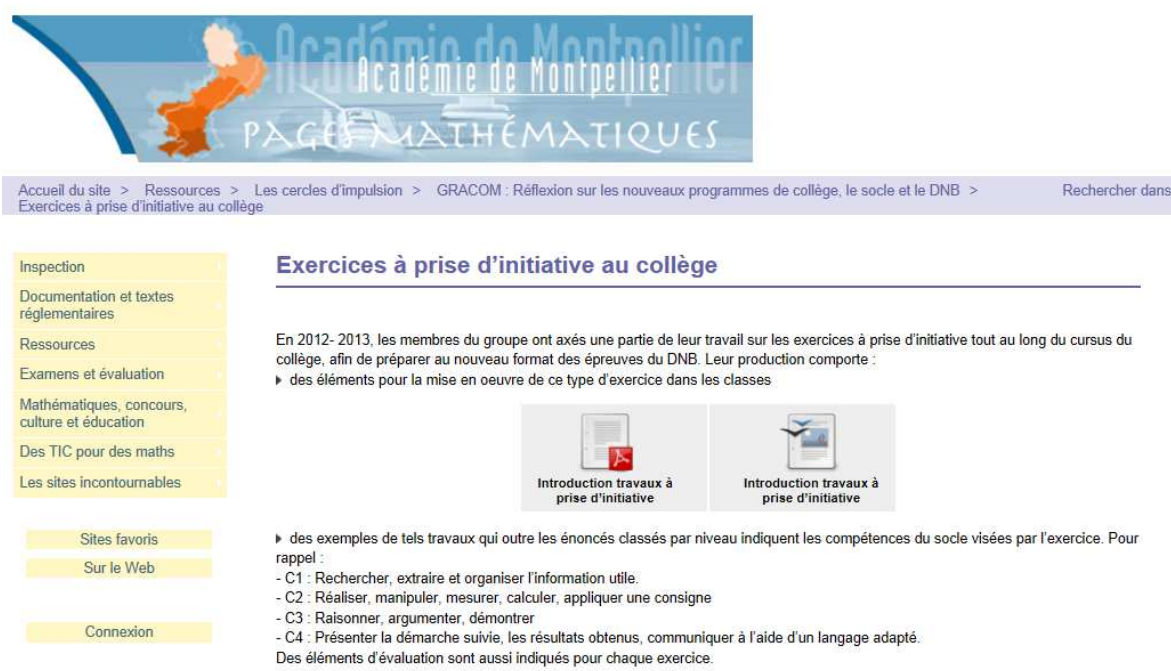


Figure 1

Dans un document intitulé « Introduction travaux prise d'initiative » ¹³, la question « Qu'est-ce qu'un problème avec prise d'initiative ? » est posée. Nous remarquons qu'ici l'expression « exercice » utilisée précédemment a été remplacée par « problème à prise d'initiative ».

La réponse donnée est la suivante : « Il s'agit d'exercices avec un énoncé souvent court et sans vocabulaire complexe pour les élèves » qui est complétée par les deux précisions : « Les situations choisies dans ce cadre doivent permettre à tout élève de s'engager avec ses acquis du moment et donc, ne reposer que sur des consignes simples [...] » (Document ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège) et : « Il ne s'agit pas d'un exercice classique du type "démontrer que " ou avec une stratégie induite. Une modélisation est souvent nécessaire. »

12. <http://webpeda.ac-montpellier.fr/mathematiques/spip.php?rubrique130>.

13. http://webpeda.ac-montpellier.fr/mathematiques/IMG/pdf/Introduction_travaux_a_prise_initiative_3.pdf.

Une précision est apportée à titre de remarque, visant à distinguer problème ouvert et problème à prise d'initiative : « La différence entre le problème ouvert et le problème à prise d'initiative est qu'un problème ouvert peut ne pas avoir de réponse. Pour un problème à prise d'initiative, il faut des pistes de solutions accessibles mais "pas trop" de pistes ouvertes possibles. » Ici, le parti de différencier les deux types de problèmes est pris.

2.2.2. Le choix est fait sur le site de l'académie de la Réunion de reprendre les différents éléments de la définition de l'épreuve de mathématiques du brevet et de les commenter. Pour ce qui est de l'élément « un des exercices au moins a pour objet une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat », le commentaire est le suivant : « la formation doit permettre une habitude de prise d'initiative, de réflexion sur le statut de l'erreur et sur la validité des démarches personnelles, autant d'étapes pour un élève vers l'objectif final de la démarche experte. C'est le cas avec les tâches complexes des banques ÉDUSCOL par exemple (et du stage PAF) ou avec les devoirs en classe ou à la maison faits sous forme de narrations de recherche (autre stage du PAF) ».

Nous remarquons que là aussi, le lien avec les « tâches complexes » est établi.

2.3. Le site de l'APMEP

Sur le site de l'APMEP, nous trouvons une liste de trois critères pour un problème avec prise d'initiative :

1. L'énoncé, de préférence court, doit être compréhensible par tous les élèves et si possible motivant (notamment en donnant l'impression à l'élève que c'est à sa portée pour lui donner envie de chercher).
2. La réponse n'est pas évidente, en particulier elle n'est pas nécessairement livrée avec l'énoncé qui ne contient ni la méthode ni la solution...
3. Le problème est « riche » : plusieurs démarches sont possibles. Le professeur n'en impose aucune et ce n'est pas une application du cours, de la leçon que l'on vient de faire... L'élève doit pouvoir choisir sa stratégie, mettre en route une démarche scientifique : faire des essais (pas de feuille qui reste blanche...), tester ses résultats, prouver la validité de ses résultats, être capable d'argumenter...

Le consensus suivant, relatif à l'énoncé d'exercice (ou problème) à « prise d'initiative » semble se dégager des informations trouvées sur les sites académiques, et sur celui de l'APMEP : un énoncé court, au vocabulaire accessible pour les élèves, sans indication ou forme de guidage en ce qui concerne la démarche à mettre en œuvre.

Il nous semble qu'un des éléments caractéristiques de ces types de problèmes est la démarche à mettre en œuvre n'étant pas guidée, on fait donc travailler dans ce cas principalement le moment exploratoire des moments de l'étude.

2.4. La banque de situations d'apprentissage sur Éduscol

Les différents sites académiques que nous venons d'évoquer renvoient en grande majorité au site *Éduscol*, le *Portail national des professionnels de l'éducation*. En lien avec le socle commun de connaissances et de compétences¹⁴, ce site propose une « banque de situations d'apprentissage et d'évaluation pour la compétence 3 » qui « offre un ensemble de ressources disciplinaires (mathématiques, SVT, sciences physiques et chimiques, technologie...) et pluridisciplinaires à télécharger » constitué de fiches conçues pour les professeurs. L'introduction de ce dossier rappelle que « la notion de tâche complexe fait partie intégrante de celle de compétence dont elle est à la fois un support pour le développement et pour l'évaluation ». Notons ici l'emploi de l'expression « tâche complexe » dont le sens est précisé en ces termes : « ces situations non spécifiquement scolaires permettent à chaque élève d'adopter une démarche personnelle de résolution en mobilisant plusieurs ressources ».

2.4.1. Ce dossier comprend 35 fiches, dont 14 sont présentées comme relevant des mathématiques et 8 de l'interdisciplinaire. Sur ces huit dernières fiches, trois font référence aux mathématiques : la première d'entre elles est en lien avec la physique-chimie, la deuxième avec les sciences de la vie et de la terre (SVT) et la troisième avec la technologie. Chaque fiche décrit la situation ainsi que les consignes données aux élèves, précise les objectifs pédagogiques, propose des modalités de mise en œuvre. Elle contient aussi des aides possibles et des prolongements éventuels. De plus, chacune propose une grille de références pour aider le professeur à évaluer des items relevant de la compétence 3 du socle commun qui s'intitule « Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique » et qui stipule que, « en mathématiques, en s'appuyant sur la maîtrise du calcul et des éléments de géométrie, l'élève apprend à mobiliser des raisonnements qui permettent de résoudre des problèmes ».

14. Le socle commun de connaissances et de compétences est inscrit dans la loi n° 2005-380 du 23 avril 2005.

2.4.2. Nous présentons dans ce qui suit, une de ces fiches, celle intitulée « saut à skis ». Elle comporte trois parties : la première, la plus conséquente, est appelée « fiche professeur » présente les objectifs, la situation et les consignes.

Fiche professeur

- **Niveaux et objectif pédagogiques**

4^e, 3^e : consolidation et entretien de la notion de vitesse et de l'égalité de Pythagore.

- **Modalités de gestion de classe**

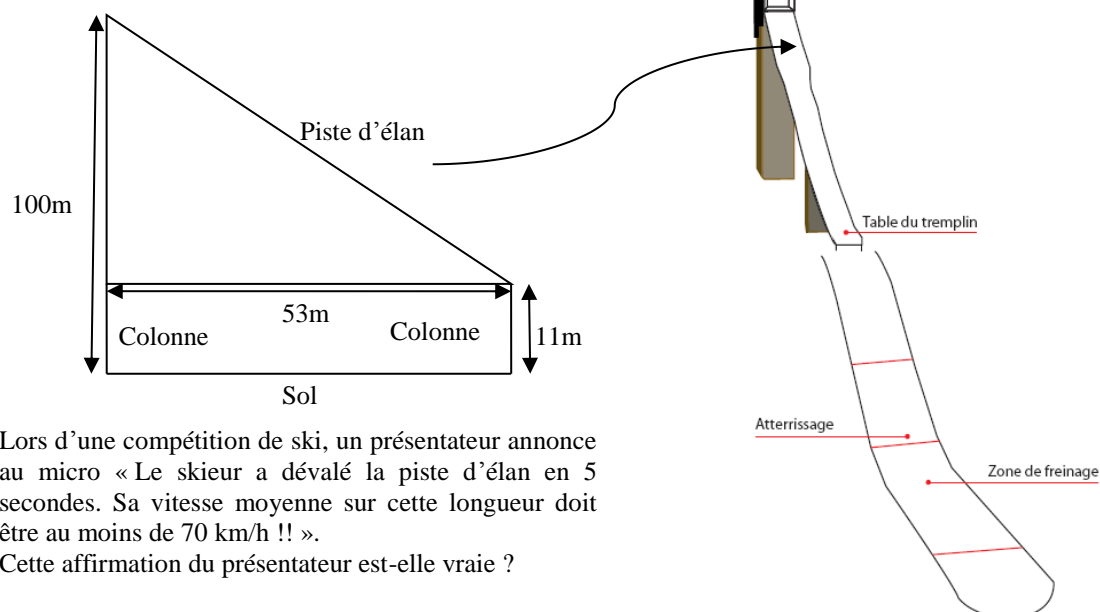
Après un temps individuel d'appropriation, les élèves travaillent en binômes.

- **Degré de familiarisation du professeur**

Premier degré

- **Situation (Figure 2)**

Le saut à ski comprend trois étapes distinctes :
 – l'athlète descend la piste d'élan avant de s'élancer dans les airs ;
 – il saute et atterrit sur la piste de dégagement ;
 – il ralentit et s'arrête sur la partie plane de la piste.
 Le schéma ci-dessous représente la piste d'élan.



Lors d'une compétition de ski, un présentateur annonce au micro « Le skieur a dévalé la piste d'élan en 5 secondes. Sa vitesse moyenne sur cette longueur doit être au moins de 70 km/h !! ».
 Cette affirmation du présentateur est-elle vraie ?

Figure 2

- **Consignes données à l'élève**

Détermine si l'affirmation du présentateur concernant la vitesse moyenne du skieur est vraie.

Tu rédigeras un texte présentant tes calculs et ta démarche.

Puis, toujours dans cette fiche professeur, on trouve des éléments en lien avec l'évaluation des compétences du socle commun sous forme d'un tableau.

- **Dans le document d'aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités**

Pratiquer une démarche scientifique ou technologique	Capacités susceptibles d'être évaluées en situation	Exemples d'indicateurs de réussite
Rechercher, extraire et organiser l'information utile.	Extraire de l'énoncé les informations utiles.	Extraire les données (longueurs, vitesse et temps) de la situation.
Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes. Raisonnement, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.	Calculer Proposer une méthode, un calcul. Exploiter les résultats. Valider ou invalider la conjecture	Présenter les calculs et la démarche de façon cohérente.
Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.	Présenter une démarche, un résultat par un texte écrit	Rédiger un écrit clair et cohérent avec la démarche engagée.

Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques	Capacités susceptibles d'être évaluées en situation	Exemples d'indicateurs de réussite
Géométrie	Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur de la piste.	
Grandeurs et mesures	Calculer la vitesse du skieur. Confronter la vitesse du skieur à l'affirmation du présentateur.	Calculer la longueur de la piste d'élán. Calculer la vitesse du skieur et comparer cette vitesse à la vitesse de 70 km/h avec un changement d'unités convenable ; ou Calculer le temps nécessaire pour parcourir la piste d'élán à une vitesse de 70km/h et comparer avec le temps mis par le skieur soit 5secondes.

• Dans les programmes des niveaux visés

Niveaux	Connaissances	Capacités
4 ^e	Triangle rectangle : théorème de Pythagore	Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.
	Vitesse moyenne	Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de

		parcours en utilisant l'égalité $d = vt$. Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).
--	--	---

Il s'ensuit des précisions concernant la mise en œuvre en classe :

• **Aides ou "coups de pouce"**

– Vérification d'une bonne compréhension de la situation et de la consigne

Pour inciter les élèves à reformuler la consigne, on pourra leur demander : Quel est le travail à effectuer ?

Quelles sont les informations dont on dispose ?

Que dit le présentateur ?

– Aide à la démarche de résolution

Quelle figure clé reconnaît-on dans le schéma ? Quelle propriété peut-on alors utiliser ?

Comment calcule-t-on une vitesse moyenne ?

Quelles sont les unités de vitesse ? Comment passer d'une unité à l'autre ?

– Apport de connaissances et de savoir-faire

Théorème de Pythagore.

Vitesse moyenne.

• **Approfondissement et prolongement possibles**

Détermine la pente et l'inclinaison de la piste.

On veillera à prendre en compte les différentes acceptions du mot « pente ».

La deuxième partie de cette fiche fournit une « annexe pour l'élaboration d'une fiche élève » qui reprend la situation et la consigne. Dans la dernière partie, on trouve la production d'un élève, enrichie de commentaires sur le déroulement temporel de cet écrit, en lien avec les remarques du professeur.

• **Analyse de la production d'un élève**

The image shows a student's handwritten work on graph paper. The student's name 'Laurie (4ème)' is written at the top. The work includes several calculations and text. Four speech bubble annotations from a teacher are overlaid on the left side of the work, pointing to specific parts of the student's writing.

Teacher Annotations (from left to right):

- Speech bubble 1: "Réponse du professeur auquel l'élève demande comment transformer en km/h." (Points to the calculation $103,6 \text{ m} / 5 \text{ s}$)
- Speech bubble 2: "Le professeur : « ce qui veut dire ? »" (Points to the text "Sur l'autoroute, on roule à 100 kilomètres par heure.")
- Speech bubble 3: "L'élève poursuit seule" (Points to the calculation $103,6 \times 12 = 1243,2 \text{ m/min}$)
- Speech bubble 4: "L'élève ne conclut pas" (Points to the final calculation $1243,2 \times 60 = 74\ 592 \text{ m/heure}$)

Student's Handwritten Work:

Laurie (4ème).

$$83^2 + 53^2 = 10730.$$

Piste d'élan = $\sqrt{10730} \approx 103,6.$

$103,6 \text{ m} / 5 \text{ s}.$

" Cherchez une phrase où on parle de vitesse".

Sur l'autoroute, on roule à 100 kilomètres par heure.

En heure, on roule 100km.

$$103,6 \times 12 = 1243,2 \text{ m/min}.$$

$$1243,2 \times 60 = 74\ 592 \text{ m/heure}.$$

Notons que toutes les fiches se présentent de manière analogue, la dernière partie pouvant ne pas figurer ou au contraire être plus étoffée que dans l'exemple décrit ci-dessus. Nous constatons que ces fiches ne comprennent pas explicitement d'analyse praxéologique de l'enjeu de l'étude, qui reste donc à la charge du professeur, mais que des éléments se référant à la technique et la technologie y sont présents.

2.5. Les journées pédagogiques dans l'académie de Toulouse

2.5.1. Dans cette partie, nous présentons comment l'inspection pédagogique régionale de mathématiques de Toulouse a pris en charge cette évolution. Dans cette académie, des journées pédagogiques organisées chaque année proposent une formation à public désigné. En termes de modalités, pour chaque collège de l'académie, un membre de l'équipe de mathématiques est invité à participer à l'un des regroupements (par zone géographique), il a pour mission d'informer ses collègues. Un compte rendu est disponible sur le site de l'académie de Toulouse. Ces journées se déclinent en deux temps : des séances plénières, prises en charge par des inspecteurs pédagogiques régionaux, faisant part d'informations officielles ; des ateliers¹⁵ animés par des professeurs faisant partie du « groupe des formateurs associés aux IPR » et dont le contenu est axé sur ce qu'on appelle communément les « pratiques enseignantes ».

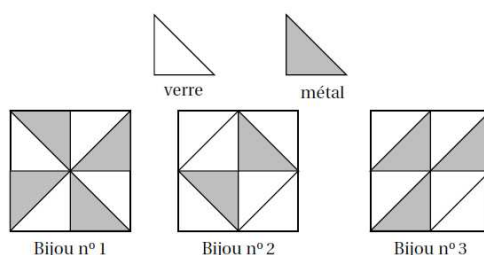
2.5.2. En 2011-2012, le thème principal de ces journées était la nouvelle épreuve de mathématiques au brevet et un des deux ateliers présentés, intitulé « Les exercices à prise d'initiative », concernait directement ce que le texte définissant le DNB appelle « les tâches non guidées exigeant une prise d'initiative ». Cet atelier proposait tout d'abord l'étude de l'exercice 2 du sujet de l'épreuve de mathématiques du DNB 2011, dont nous reproduisons l'énoncé ci-dessous (Figure 3), que nommerons « Les bijoux ».

15. Ces ateliers sont préparés en amont par une équipe constituée des IA-IPR de l'académie et d'une dizaine de professeurs en poste appelés « formateurs associés aux IPR », lors de séances de travail collectif. Ils se construisent à partir de réflexions sur les pratiques personnelles des formateurs ou de pratiques réelles connues.

EXERCICE 2

On fabrique des bijoux à l'aide de triangles qui ont tous la même forme. Certains triangles sont en verre et les autres sont en métal.

Trois exemples de bijoux sont donnés ci-dessous. Les triangles en verre sont représentés en blanc ; ceux en métal sont représentés en gris.



Tous les triangles en métal ont le même prix. Tous les triangles en verre ont le même prix.

Le bijou n° 1 revient à 11 € ; le bijou n° 2 revient à 9,10 €.

À combien revient le bijou n° 3 ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Figure 3

Un deuxième temps était consacré à la présentation de la « banque de situations d'apprentissage et d'évaluation pour la compétence 3 », figurant sur le site *Éduscol*, dont nous étudierons ultérieurement un exemple. L'année suivante, en 2012-2013, les journées académiques ont proposé un travail sur l'impact de l'introduction des TNGI avec un atelier intitulé : « l'impact des évolutions de l'épreuve de mathématiques au DNB sur le quotidien de la classe (apprentissages, évaluation, ...) »

2.6. L'épreuve sur dossier du CAPES de mathématiques

2.6.1. Le CAPES externe de mathématiques est composé de deux épreuves écrites d'admissibilité et de deux épreuves orales d'admission, ces dernières étant appelées (jusqu'à la session 2013) *épreuve de leçon* et *épreuve sur dossier*. L'épreuve sur dossier se place au niveau défini par les programmes de l'enseignement secondaire¹⁶ et le dossier fourni comme support de travail aux candidats fait référence à un thème (l'intitulé figure dans l'en-tête). Ce dossier comporte un exercice portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège, du lycée ou des sections de techniciens supérieurs. Il peut être complété par des extraits de manuels, des productions d'élèves ou des passages des programmes officiels. Le candidat se doit de répondre aux questions posées, puis présenter des exercices (qu'il adjoint à celui proposé par le jury) visant à illustrer le thème.

16. Pour la session 2012, le programme des épreuves orales était constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs en vigueur au titre de l'année scolaire 2011-2012 et de ceux en vigueur au titre de l'année scolaire 2010-2011.

2.6.2. Lors de session 2011 du CAPES, l'épreuve sur dossier est redéfinie et se compose de deux parties¹⁷ : une partie « Exercices » et une partie « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable » Nous reproduisons ci-dessous deux extraits du rapport du jury qui permettent de cerner les attendus.

Extrait 1

« Épreuve sur dossier comportant deux parties : 14 points sont attribués à la première partie et 6 points à la seconde. Durée de la préparation : deux heures et demie ; durée totale de l'épreuve : une heure ; coefficient 3.

Première partie : épreuve d'exercices ; durée : quarante minutes.

L'épreuve permet au candidat de montrer :

- sa culture mathématique et professionnelle ;
- sa connaissance des contenus d'enseignement et des programmes ;
- sa réflexion sur l'histoire et les finalités des mathématiques et leurs relations avec les autres disciplines.

L'épreuve s'appuie sur un dossier fourni par le jury, portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège, du lycée ou des sections de techniciens supérieurs. Ce thème est illustré par l'énoncé d'un exercice, pouvant être complété par des extraits de manuels, des productions d'élèves ou des passages des programmes officiels. Le dossier comprend des questions permettant d'apprécier la réflexion pédagogique du candidat. Ces questions portent sur l'énoncé de l'exercice et sa résolution ou d'autres aspects pédagogiques liés au contenu du dossier.

Extrait 2

« La partie **Exercice** de l'épreuve sur dossier s'inscrit pleinement dans une approche professionnelle, étant entendu que l'acte d'enseignement est à destination d'élèves :

- l'explicitation des connaissances et compétences mises en jeu dans l'exercice proposé nécessite de prendre du recul par rapport à la simple résolution de celui-ci, qui est par ailleurs systématiquement demandée, parfois selon plusieurs méthodes ;
- l'analyse de productions d'élèves, d'extraits des programmes officiels ou des spécificités d'un énoncé amène à porter un regard pédagogique conforme aux exigences du métier d'enseignant ;
- le choix d'exercices sur un thème donné contraint à s'interroger sur les critères retenus en fonction des objectifs visés. »

2.6.3. Comme on le voit, on ne trouve aucune référence à une quelconque « tâche non guidée » ou à une « prise d'initiative » dans ce texte définissant l'épreuve sur dossier. Cela

17. Arrêté du 28 décembre 2009 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH0931286A).

étant, l'un des 14 sujets proposés lors de la session 2011 a pour thème : « problèmes avec prise d'initiative ». Il faut noter que c'est le premier sujet de ce type (l'examen des rapports de jury depuis la session 2007 ne fait état d'aucun précédent), les thèmes retenus étant classiquement de nature mathématique, ainsi qu'en témoigne leur liste : Probabilités ; Suites et fonctions ; Optimisation (2 sujets) ; Calculs de longueurs, d'aires, de volumes ; Arithmétique ; Configurations planes ; Géométrie dans l'espace ; Suites numériques ; Problèmes de construction ; Calcul intégral ; Équation différentielle ; Statistiques ; Problèmes avec prise d'initiative.

2.6.4. Nous reproduisons ici deux extraits de l'énoncé de ce sujet intitulé « Thème : problèmes avec prise d'initiative » (voir l'annexe 4 pour le sujet complet, qui comporte aussi un extrait de l'objectif général du programme de 2^{de}), en commençant par l'énoncé de l'« exercice » proposé aux candidats :

L'exercice

Le directeur d'une salle de spectacle de 8 000 places organise un concert. Il souhaite fixer le prix du billet pour optimiser sa recette. Une étude de marché lui apprend que :

- si le prix du billet est de 50 euros, il vend 3 000 billets ;
- chaque baisse de 0,60 euros sur le prix du billet lui permet de vendre 100 billets supplémentaires.

Déterminez le prix du billet pour que la recette soit maximale.

Le sujet précise ensuite ce que les candidats ont à préparer :

Le travail à exposer devant le jury

1. Proposez une résolution de l'exercice par deux méthodes différentes, comme vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
2. Ciblez précisément les compétences mentionnées dans le programme de seconde que ces méthodes de résolution permettent de développer.
3. Présentez deux ou trois problèmes avec prise d'initiative.

Dans un premier temps, le jury attend de la part du candidat deux méthodes de résolution de l'exercice puis la présentation de deux ou trois problèmes avec prise d'initiative. Dans le cadre de la formation initiale des professeurs, ces deux exigences devront donc être prises en compte avec une attention particulière à apporter au concept de problème avec prise d'initiative.

Pour la session 2012, 15 sujets sont proposés dont l'un relève du thème « problèmes avec prise d'initiative ». Voici la liste des thèmes : Optimisation (2 sujets) ; Géométrie analytique ; Algorithmique ; Arithmétique ; Équations différentielles ; Utilisation d'un

tableur ; Probabilités ; Géométrie dans l'espace ; Suites ; Géométrie plane ; Problèmes conduisant à la résolution d'équations ; Conjecture et démonstration ; Probabilités et échantillonnage ; Problèmes avec prise d'initiative. Comme précédemment, nous reproduisons des extraits du sujet, intitulé lui aussi « Thème : problèmes avec prise d'initiative » en commençant par donner l'énoncé de l'« exercice » :

L'exercice

Sur l'autoroute, une voiture se trouve juste derrière un camion au moment où elle décide de s'arrêter sur une aire de repos. Le conducteur prend une pause de 10 minutes puis repart et règle son régulateur de vitesse sur 110 km/h. Le camion, quant à lui, roule à une vitesse constante de 90 km/h tout au long de son trajet. Au bout de combien de temps (et de combien de kilomètres) la voiture rattrapera-t-elle le camion ?

Pour cette année-là, l'énoncé est accompagné d'un encadré donnant « la solution proposant par trois élèves » : on y trouve effectivement trois productions d'élèves à analyser (Figure 4). Précisons que la présence de solutions proposées par des élèves est fréquente dans les sujets de cette épreuve (pour la session 2012, 11 sujets sur 15 en comportaient et pour la session 2011, 10 sur 14). Elle n'est donc pas spécifique du sujet ayant pour thème « problème avec prise d'initiative ».

Élève 1

La vitesse de la voiture est de 110 km/h, celle du camion de 90 km/h. On en déduit une fonction $f(x)$ qui calcule la distance parcourue par la voiture et une fonction $g(x)$ qui calcule celle du camion. Soit $f(x) = \frac{110}{60}x$ et $g(x) = \frac{90}{60}x$, où x est le temps en minutes. Sachant que la voiture fait une pause de 10 minutes, le camion prend alors une avance de $g(10) = 15\text{ km}$. Or d'après le tableur :

min	$f(x)$	$g(x)$
45	82,5	67,5

Il y a exactement 15 km d'écart entre les deux véhicules au bout de 45 minutes. Il a donc fallu 45 minutes et 82,5 km à la voiture pour rattraper le camion.

Élève 2

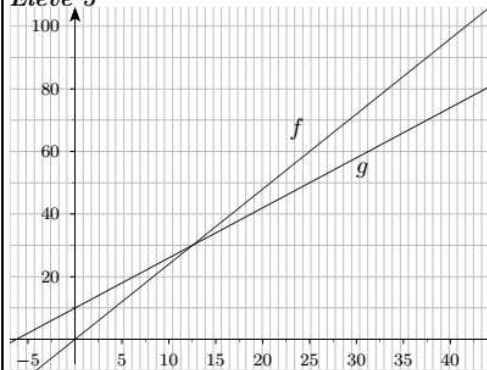
Quelle distance parcourt le camion en 10 minutes ?

$\frac{10}{60} = 0,16$. $d = v \times t = 90 \times 0,16 = 15\text{ km}$. Donc en 10 minutes, il parcourt 15 km.

En combien de temps la voiture va-t-elle parcourir les 15 km pour rattraper le camion ?

$t = \frac{d}{v} = \frac{15}{110} = 0,13$. On convertit les heures en minutes : $0,13 = 8,18\text{ min}$.

La voiture met 8,18 minutes en 15 km pour rattraper le camion.

Élève 3

f représente l'évolution en km de la voiture dans le temps et g celle du camion. On remarque qu'au bout de 12,5 minutes la voiture rattrape le camion et que ça fait à peu près 30 km.

Figure 4

Comme dans tous les sujets, on trouve précisé ensuite ce que les candidats ont à préparer :

Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et en indiquant l'origine possible de ses éventuelles erreurs.
2. Corrigez cet exercice comme vous le feriez devant une classe de seconde.
3. Proposez deux ou trois *problèmes avec prise d'initiative* dont l'un au moins pourrait être proposé en collège.

On retrouve la requête de deux ou trois problèmes avec prise d'initiative à proposer par le candidat.

En conclusion, nous noterons simplement que les deux énoncés ne sont pas « classiques » : au lieu de proposer toute une suite de questions à laquelle les élèves sont censés répondre dans une autonomie didactique très réduite, ils indiquent uniquement quelle est la situation à étudier. Nous reviendrons ultérieurement sur cette remarque, en introduisant ce qu'on appelle les *situations du monde* (voir 3.3.2).

2.7. Les manuels scolaires de troisième

Un rapport de l'Inspection générale de l'éducation nationale, dû à Michel Leroy et paru en 2012, porte sur la pertinence de l'utilisation des manuels scolaires. Il y est notamment indiqué : « En mathématiques, au collège, les manuels sont à la fois largement utilisés et critiqués [...] Les enseignants les utilisent surtout comme sources d'exercices, en classe ou à domicile, qui peuvent être adaptés, complétés, transformés. Il est fréquent que les enseignants distribuent à leurs élèves des sujets d'exercices, problèmes ou thèmes d'activités extraits d'autres manuels que celui en usage dans la classe. » (p.72)

Les résultats du questionnaire que nous avons diffusé, montrent que, vraisemblablement, les manuels scolaires sont utilisés prioritairement¹⁸ dans le cadre des TNGI, par rapport aux autres ressources que sont le site *Éduscol*, les sites académiques ou encore les sites créés par des professeurs (Figure 5).



Figure 5

Du fait de leur utilisation importante, les ressources que constituent les énoncés proposés dans les manuels sont donc intéressantes à étudier de manière détaillée.

Quatre ans après le changement de programme de 2008, les éditeurs de manuels scolaires ont, majoritairement, proposé un nouveau manuel de troisième pour la rentrée 2012. La date d'édition de ces manuels¹⁹ est postérieure à la publication de la nouvelle définition de l'épreuve de mathématiques du DNB, qui s'est faite par l'intermédiaire de la note de service n° 2012-029 du 24 février 2012 (cf. Annexe 1). Nous allons maintenant examiner quelques-uns de ces manuels parus en 2012, afin de voir si l'introduction de TNGI a été prise en compte, et comment.

18. On rappelle que 24 professeurs ont répondu à ce questionnaire. Le total est supérieur à cette valeur car pour cette question plusieurs choix de réponses étaient possibles.

19. Les spécimens pour les professeurs sont arrivés dans les collèges en mai 2012.

Nous avons choisi quatre manuels que nous estimons être bien représentatifs du choix fait dans les établissements. En un premier temps nous regardons si les auteurs de ces manuels ont fait le choix de proposer des énoncés ciblés et si leur description est présente dans la présentation générale du manuel. En un second temps, nous examinons dans les différents chapitres la partie réservée aux exercices et problèmes (quelle que soit l'expression adoptée) et nous essayons de voir comment ces énoncés sont identifiés. Plus précisément, nous cherchons si une expression telle que « prise d'initiative », « tâche non guidée », ou toute autre mettant en avant que la prise d'initiative de l'élève va être particulièrement sollicitée, est manifeste.

Pour clore cette étude, nous rechercherons si l'énoncé « Les bijoux » du sujet de Métropole de juin 2011 (voir 2.5.2) a été repris. Précisons que seul cet énoncé (parmi tous ceux qui constituaient le sujet) comportait la précision « Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation ». Comme nous le verrons, cela nous fournit une vision assez globale des ressources proposées par les manuels concernant les TNGI. Nous enrichirons ce travail par une analyse avec un grain plus fin des exercices proposés par le manuel *Zénius*, qui nous semble être celui qui a pris en compte d'une manière beaucoup plus lisible que les autres l'introduction des TNGI.

2.7.1. Manuel *Mathématiques 3^e*, de la collection *Zénius* (Aleixandre et al., 2012).

2.7.1.1. Commençons par une présentation générale de ce manuel. Au tout début, une page à l'adresse des élèves, intitulée « Le brevet » (p. 5), présente l'épreuve ainsi que ce qui y est afférent dans le manuel : « le brevet dans le manuel » (Figure 6). Nous relevons dans la mention suivante « un exercice au moins vous testera sur votre capacité à prendre des initiatives dans la résolution d'un problème non-guidé [*sic*] » l'emploi de la terminologie « problème non-guidé [*sic*] ».

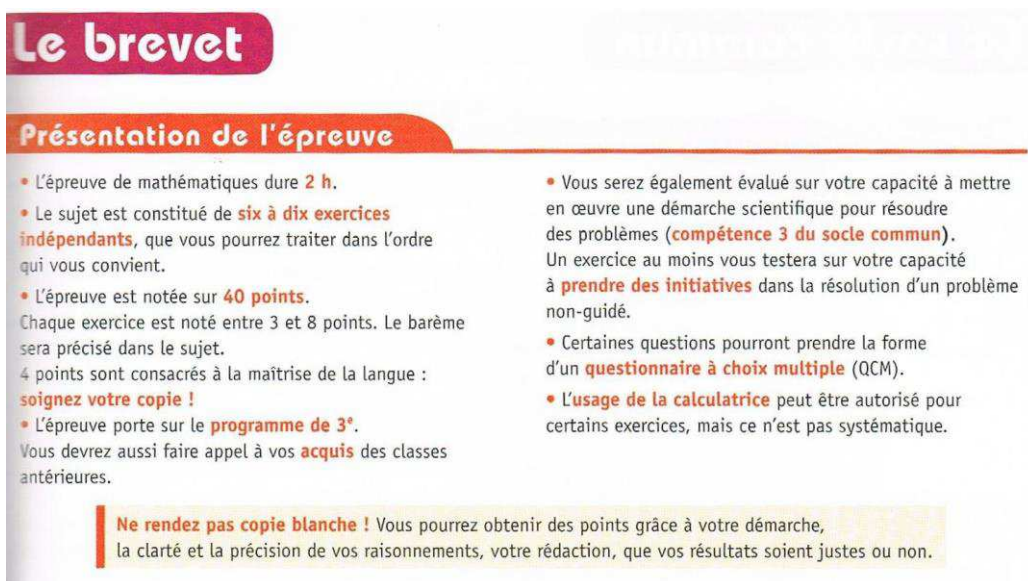


Figure 6

On trouve ensuite une double page (pp. 6-7) dédiée au socle commun, qui rappelle les indications officielles concernant les repères pour la mise en œuvre du livret de compétences au collège (MEN-DGESCO, 2010) et détaille la partie correspondant aux mathématiques. Le socle est pris en compte dans le manuel à travers deux types d'exercices : les exercices interdisciplinaires et l'exercice « Prise d'initiatives » (un seul par chapitre) repéré par un logo spécifique (Figure 7).



Figure 7

Nous notons qu'on ne parle plus de « problème non-guidé », mais d'un « exercice “prise d'initiatives” » (Figure 8).


► L'exercice « Prise d'initiatives »

Pour se familiariser avec l'évaluation par compétences

Prise d'initiatives

61 On s'intéresse aux nombres de chaînes de télévision réceptionnées au domicile de chaque élève d'un collège. Les données recueillies ont été synthétisées : valeur minimale : 0 ; valeur maximale : 460 ; médiane : 131 ; $Q_1 = 15$ et $Q_3 = 200$. Effectuez la même étude dans votre collège, puis comparez vos résultats avec ceux de ce collège.

Consigne
Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

 Voir indications pour l'évaluation, p. 308.

- Dans chaque chapitre, cet exercice vous permet, de travailler votre capacité à proposer une démarche de résolution.

Une liste d'indications pour l'évaluation est donnée en fin de manuel (p. 307).

Vous pouvez l'utiliser :

- pour vous aider dans la résolution de l'exercice ;
- pour vous évaluer (seul ou avec votre professeur) sur les 8 items du socle, grâce à la grille des compétences, à télécharger sur

www.3e.zeniusseve.magnard.fr

Chapitre 10

61. J'ai compris que, pour résoudre le problème, il fallait interroger le plus grand nombre d'élèves possible de mon collège. (C3 ; D1)
J'ai pensé à partager, avec d'autres élèves, le travail permettant d'obtenir le relevé correspondant à mon collège. (C3)
J'ai pensé à regrouper les résultats des autres élèves. (C3)
J'ai calculé le minimum, le maximum, la médiane, les premier et troisième quartiles du relevé obtenu pour mon collège. (C1 ; D1)
J'ai compris que ces valeurs allaient me permettre une comparaison des résultats des deux collèges. (C1)
J'ai pensé à interpréter ces valeurs à l'aide de phrases. (C4 ; D1)
J'ai pensé à utiliser deux schémas bilan pour comparer les séries. (C4 ; D1)
J'ai rédigé tous mes résultats, même ceux non terminés. (C4)

Figure 8

Comme on le voit, selon les auteurs cet exercice est destiné à « se familiariser avec l'évaluation par compétences » en permettant de travailler la « capacité à proposer une démarche de résolution ». Une liste d'indications pour l'évaluation est donnée à la fin de l'ouvrage, où chacune renvoie à l'une des compétences du socle désignées par C1-C2-C3-C4-D1-D2-D3-D4 (cf. Annexe 5).

2.7.1.2. Examinons maintenant la partie réservée aux exercices et problèmes. Le manuel est composé de 15 chapitres et on recense 15 exercices dont l'énoncé comporte le logo « Prise d'initiatives » tel qu'on peut le voir en Figure 7 ainsi que la mention « Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti ». Pour chacun des 15 chapitres du manuel, il y a exactement un exercice de ce type : il est clairement identifiable car c'est le seul dont la consigne est sur fond jaune. Remarquons qu'il se trouve toujours dans la rubrique intitulée « J'approfondis », les autres rubriques étant : Je m'entraîne ; Je m'entraîne au Brevet ; Je rédige à la maison ; Je prépare le contrôle. La Figure 9 donne un exemple d'énoncé portant le logo « Prise d'initiatives ».

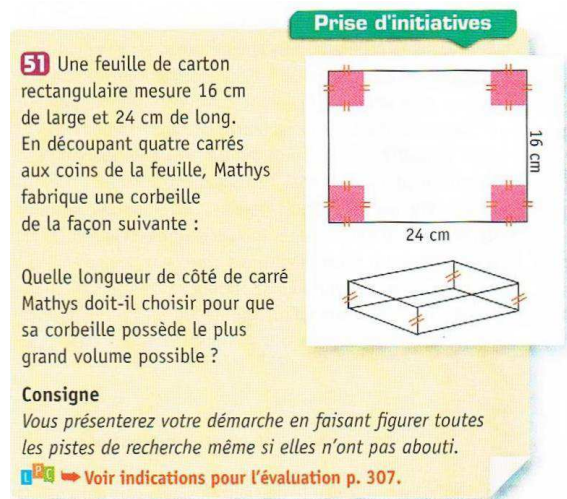


Figure 9

Dans chaque chapitre, d'autres énoncés disséminés dans toutes les rubriques portent la mention « Prise d'initiatives » (avec un logo légèrement différent), celle-ci pouvant être située au niveau du numéro de l'énoncé ou bien au niveau d'une question seulement (comme c'est le cas sur la Figure 10).

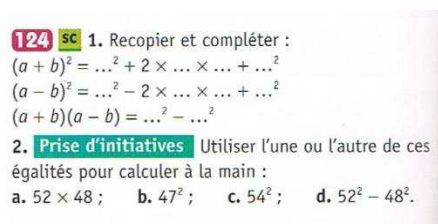


Figure 10

Le tableau ci-dessous (Tableau 1) recense tous les énoncés du manuel comportant une mention « Prise d'initiatives ». Les numéros précédés d'un B, sont des énoncés extraits de sujets de Brevet, le numéro en caractère gras est celui qui est sur fond jaune, SC est une mention signifiant « socle commun ». Lorsque le numéro de l'énoncé est suivi d'un numéro de question, cela indique que seule cette question est estampillée de « Prise d'initiatives ».

Numéro et titre des chapitres	Références des énoncés
1. Outils de calculs et puissances	95 - B.102 1)- 113. SC
2. Arithmétique	63- 88 SC. - B.110
3. Calcul littéral	81- 93- 109 - 124, 2)- B102
4. Racine carrée	108 SC - 115
5. Équations et inéquations	66 SC - 107
6. Notion de fonction	51

7. Proportionnalité et grandeurs composées	68- 80 SC
8. Fonctions linéaires, fonctions affines	109
9. Systèmes d'équations	64- B.80
10. Statistiques	47- Exercice p 197 3) – 61
11. Probabilités	47 -53SC - 61
12. Théorème de Thalès-Agrandissement et réduction	34- 50 SC
13. Trigonométrie	33- 53-54- 63
14 Angles inscrits, angle au centre-Polygones Réguliers	54
15. Espace	50-B.61 4)- 66 SC

Tableau 1

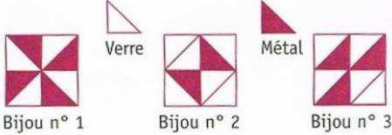
Il est à noter que 3 des 15 chapitres ne possèdent que l'exercice sur fond jaune. En tout, nous comptabilisons 33 exercices et 4 questions qui portent la mention « prise d'initiative ».

2.7.1.3. L'exercice du DNB 2011, que nous avons intitulé « Les bijoux », a été repris dans ce manuel (n° 80, p. 180) dans le chapitre « Systèmes d'équations » (voir Figure 11).

80 **Prise d'initiatives** **Brevet** (Métropole, 2011)

On fabrique des bijoux à l'aide de triangles qui ont tous la même forme. Certains triangles sont en verre, et les autres sont en métal.

Trois exemples de bijoux sont donnés ci-dessous. Les triangles en verre sont représentés en blanc ; ceux en métal sont représentés en bordeaux.



Bijou n° 1 Bijou n° 2 Bijou n° 3

Tous les triangles en métal ont le même prix.
Tous les triangles en verre ont le même prix.
Le bijou n° 1 revient à 11 € ; le bijou n° 2 revient à 9,10 €.
À combien revient le bijou n° 3 ?
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Figure 11

Il se trouve dans la page « Je prépare le contrôle » et est accompagné de deux logos : « Prise d'initiatives » et « Brevet ». Conformément à l'énoncé original, celui-ci comporte la consigne supplémentaire : « Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation ».

2.7.1.4. En synthèse, nous pensons que la présence d'un exercice entier, dédié à la prise d'initiatives pour chaque chapitre, aisément identifiable joue un rôle facilitateur, pour le travail de préparation des professeurs. À notre avis (cela est une hypothèse de notre part que nous n'avons pas vérifiée « sur le terrain ») il leur permet de mieux intégrer ce nouveau type de tâches dans leur pratique, d'une part en mettant des matériaux à leur disposition et d'autre part en leur rappelant l'existence de ce dispositif.

2.7.2. Manuel *Transmath 3^e* de la collection Nathan (Malaval et al., 2012)

2.7.2.1. Comme précédemment, commençons par une présentation générale de ce manuel. Ici, dans les fiches de présentation du manuel, rien ne fait explicitement référence à des exercices « à prise d'initiative ». Cependant, dans chaque chapitre, un bandeau jaune indiquant « Prendre des initiatives » précède un groupe d'énoncés. Voici l'exemple d'un énoncé emprunté au chapitre intitulé « Statistiques » (voir Figure 12) :



Figure 12

Au même niveau, d'autres mentions plus spécifiques, comme « Expériences à deux épreuves » ou « Systèmes d'équations », « La réciproque du théorème de Thalès », sont intégrés dans une étiquette analogue (comportant une écriture rose sur un fond jaune). De plus, on rencontre dans les énoncés des activités de début de chapitre et dans les énoncés de la partie dédiée aux exercices, différentes mentions ayant un graphisme identique : encart bleu fluorescent mentionnant : « Porter un regard critique », « Améliorer la rédaction », « Extraire des informations d'un document », « Réfléchir », « Argumenter », « Prendre des initiatives », « Participer à un débat »... En voici deux exemples (Figure 13 et Figure 14) :

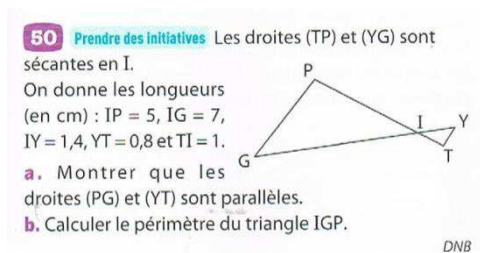


Figure 13

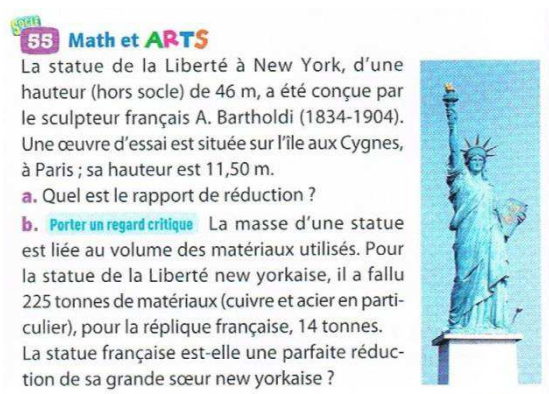


Figure 14

Par ailleurs, nous notons la présence dans chaque chapitre d'une page portant la mention double « Savoir-faire /Atelier brevet » (Figure 15). Dans la partie explicative au début du manuel on trouve l'intention déclarée : « se préparer au brevet avec des exercices guidés²⁰ » – bien lire « exercices guidés » et non pas « *non guidés* ».



Figure 15

Cette page comporte soit des savoir-faire²¹ portant sur des contenus mathématiques précis, comme « représenter graphiquement une fonction » ou bien « utiliser les volumes de plusieurs solides », soit des savoir-faire axés davantage sur des compétences méthodologiques comme « bien comprendre l'énoncé », « traiter un vrai-faux » ou encore « bien répondre à un QCM ». Correspondant à cette sous-rubrique, on note qu'un savoir-faire « Prendre des initiatives » est présent dans le chapitre « Système d'équations » et, à cette occasion, la mention « toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation » est explicitée. Elle est traduite par le fait que l'énoncé ne guide pas la recherche et qu'il n'y a pas questions intermédiaires (Figure 16).

20. C'est nous qui soulignons.

21. Nous garderons l'expression « savoir-faire » utilisée dans le manuel même, si en fait on ne propose ici que des types de tâches (mathématiques ou autres), sans examiner si le manuel fournit des indications techniques ou technologico-théoriques.

Prendre des initiatives

Le jour du Brevet Lorsque dans un énoncé figure la phrase : « Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation », cela signifie que :

- l'énoncé ne guide pas la recherche par des questions intermédiaires,
- il faut écrire sur sa copie les idées que l'on a eues, même si l'on n'est pas parvenu à conclure.

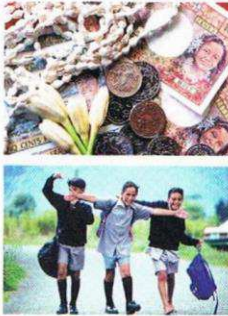
Le correcteur en tiendra compte.

13 Exercice guidé DNB

Dans cet exercice, écrire toutes les étapes des calculs permettant d'expliquer votre démarche.
Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Pour offrir un cadeau à l'un d'eux, les élèves d'une classe ont collecté 500 F en pièces de 20 F et de 5 F, soit 43 pièces en tout.
 Déterminer le nombre de pièces de chaque sorte.

Il s'agit de francs Pacifique (XFP). À titre indicatif, mais cela est inutile pour ce sujet : 1 € ≈ 119 XFP.



GUIDE La lecture de cet énoncé laisse entendre qu'il s'agit d'un problème à deux inconnues : le nombre de pièces de 20 F et le nombre de pièces de 5 F.
 Mettre alors en place les différentes étapes préconisées à l'exercice résolu 3.

Figure 16

En fait, l'énoncé en lui-même n'étant pas guidé, les auteurs proposent une aide qui apparaît sous la forme d'un guide et qui met sur la voie de la démarche de résolution.

2.7.2.2. Passons à la partie réservée aux activités, aux exercices et aux problèmes. Nous avons répertorié tous les énoncés portant la mention « prise d'initiative » (Tableau 2). Les numéros en caractères gras signalent les énoncés regroupés, situés en dessous du bandeau jaune « Prendre des initiatives ».

Chapitre	Numéros des exercices
1. Statistique	30 -39 a) - 41-42-43-44
2. Notion de probabilité	37 c) - 45
3. Nombres entiers et rationnels	45 -55 - 83-84 - 85 -86-87
4. Puissances. Calcul littéral	Act 3. c) - Act 4. 4) - Act 5. 2)- 83-84-85-86-87
5. Racines carrées	Act 1. a) -11- 12 – 97-98-99-100-101-102-103
6. Équations et inéquations du premier degré	7-8 - 78-79-80-81-82 -117-118
7. Systèmes d'équations	21 - 53-54-55
8. Notion de fonction	29- 44-45
9. Proportionnalité. Fonctions linéaires	Act 2 c) 36 - 64 -65
10. Fonctions affines	56-57-58
11. Triangles rectangles. Trigonométrie	57- 58 -59-60
12. Configurations de Thalès. Agrandissement-réduction	Act 2 -Act 4 -35- 36 2) - 47-50-53 - 56-57-58-59- 60

13. Sections planes de solides	Act 6 a) -Act 8 a) -32 1) - 43-44-45-46-47
14. Sphères et boules	Act 2 g) - 26 b) - 33-36-37- 46-47-49 - 52. 53-54-55
15. Angles inscrits. Polygones réguliers	Act 3 -7 - 12 - 54- 55 -56-57-58

Tableau 2

La mention « prise d’initiative » apparaît donc dans ce manuel non pas exclusivement dans les exercices mais aussi dans certaines activités. Par ailleurs, nous notons que la « prise d’initiative » et les compétences du socle commun ne sont pas associées, ces dernières étant testées à part dans un exercice dédié, intitulé « socle/tâche complexe » portant le logo « Socle. Tâche complexe » (Figure 17). Le nombre d’énoncés regroupés et situés sous le bandeau jaune varie entre un seul (chapitre « Notion de probabilités ») et sept (chapitre « Racines carrées »).



Figure 17

Dans ce manuel, 84 énoncés, 3 activités et 13 questions (de l’énoncé d’un exercice ou d’une activité) font référence à une « prise d’initiative ». L’identification est certes présente mais elle apparaît de manière moins claire que dans le manuel précédent, du fait en partie du grand nombre d’énoncés concernés.

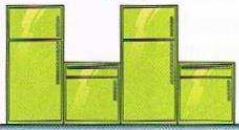
2.7.2.3. L’exercice du DNB 2011 « Les bijoux » a été repris dans ce manuel (n° 81, p. 147) dans le chapitre « Systèmes d’équations ». Il se trouve dans la page « Objectif Brevet », dans la rubrique « Résoudre un problème », et ne porte pas la mention « prise d’initiatives » (Figure 18).

Résoudre un problème


Avec une aide

80 Deux compositions de meubles sont exposées en magasin, la première au prix de 234 € et la deuxième au prix de 162 €.

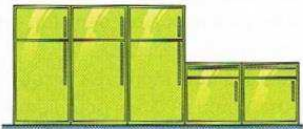
234 €



162 €



Quel est le prix de la composition ci-contre ? Expliquer la démarche suivie.





DNB

Aide Quelle démarche doit-on suivre ? Voici par exemple deux méthodes :

- observer les deux premières compositions, remarquer qu'un meuble haut coûte 72 € de plus qu'un meuble bas et en déduire les prix d'un meuble bas puis d'un meuble haut ;
- traduire les prix des deux premières compositions par un système d'équations d'inconnues les prix des meubles.

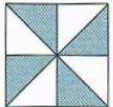

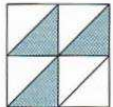
Sans aide maintenant

81 On fabrique des bijoux à l'aide de triangles qui ont tous la même forme.

Verre Métal

Certains triangles sont en verre et les autres sont en métal. Trois exemples de bijoux sont donnés ci-dessous. Les triangles en verre sont en blanc ; ceux en métal sont en gris.

Bijou n° 1 Bijou n° 2 Bijou n° 3

Tous les triangles en métal ont le même prix. Tous les triangles en verre ont le même prix.

Le bijou n° 1 revient à 11 € ; le bijou n° 2 revient à 9,10 €.

À combien revient le bijou n° 3 ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche qui sera prise en compte dans la notation.

DNB

82 Pour 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire, on paie 95 €. Pour 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire, on paie 55,50 €.

Quels sont les prix du kilogramme de vernis et du litre de cire ? Justifier.

DNB

Figure 18

Il est relié à un exercice du même type qui, lui, comporte une indication sur la démarche à suivre et porte la mention « Avec une aide ». Quant à l'exercice repris du DNB, il porte la mention « sans aide maintenant ». La phrase « Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation » a été reproduite dans l'énoncé.

2.7.3. Manuel 3^e Maths de la collection Nouveau Prisme (Jacob et al., 2012).

2.7.3.1. Dans la présentation générale, la première double page du manuel est intitulée « Découvrez votre manuel » et une rubrique d'exercices s'appelle « Prise d'initiative », dans laquelle les auteurs ont apporté la précision : « En vue des exercices non guidés du brevet ». Cette mention, « Prise d'initiative », est écrite à la suite du numéro de certains exercices, comme le montrent les exemples suivants (Figure 19 et Figure 20) :

115 Prise d'initiative

Un amateur de casse-tête explique ainsi son âge :
 « Prenez trois fois mon âge dans trois ans, et enlevez
 trois fois mon âge il y a trois ans, vous obtiendrez mon
 âge actuel. » Quel âge a-t-il ?

D'après « Oh les maths », Yavov Perelman, Dunod.

Figure 19

114 Prise d'initiative

Exprimer, en fonction
 de a , l'aire colorée dans
 le carré ci-contre.

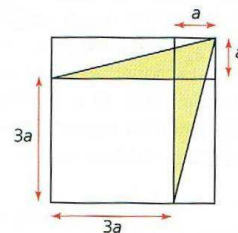


Figure 20

Au même niveau, illustré de la même façon graphiquement parlant, on trouve d'autres mentions : « Calcul mental », « Sujet d'exposé », « Vrai ou Faux ? ».

2.7.3.2. Dans la partie réservée aux exercices, les énoncés relatifs à la prise d'initiative se trouvent toujours dans la sous-partie « J'approfondis ». Leurs références sont indiquées dans le tableau suivant (Tableau 3) :

Chapitre	Numéros des exercices
1. Calcul numérique	100-113-114
2. Calcul littéral	Aucun
3. Diviseurs-PGCD	76
4. Équations et inéquations à une inconnue	101-104-108-115
5. Racines carrées	Aucun
6. Notion de fonction	Aucun
7. Fonction linéaire - Fonction affine	Aucun
8. Systèmes de deux équations à deux inconnues	82-84-85-87-89
9. Statistiques	Aucun
10. Probabilités	Aucun
11. Théorème de Thalès	Aucun
12. Trigonométrie	Aucun
13. Angles inscrits- Polygones réguliers	65-66
14. Géométrie dans l'espace	61-62-65-69-70
15. Grandeurs composées-Aires et volumes	Aucun

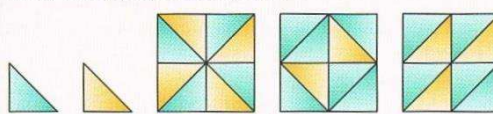
Tableau 3

En tout 20 énoncés portent la mention « Prise d'initiative ». Il est à noter que plus de la moitié des chapitres n'en possèdent aucun, alors que certains en proposent ont 4 ou 5. Aucun lien n'est fait de manière ostentatoire entre ces exercices et les compétences du socle commun. À ce propos, chaque chapitre comporte un « Atelier découverte », cette désignation étant suivie de la mention « Tâches complexes » : il s'agit d'une page

consacrée « *au travail en équipe pour se cultiver et découvrir des applications des notions du chapitre* » et c'est ici que les références aux compétences du socle commun sont faites.

2.7.3.3. L'énoncé du DNB 2011 « Les bijoux » a été repris dans ce manuel (n° 61, p. 153) dans le chapitre « Systèmes d'équations ». Il se trouve dans la page « Je m'entraîne au Brevet » dont les énoncés ne comportent aucune mention spéciale. Il est intéressant de noter que la mention « *Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation* » présente dans l'énoncé original n'a pas été reproduite ici (Figure 21).

61 On fabrique des bijoux à l'aide de triangles qui ont tous la même forme. Certains triangles sont en verre et les autres sont en métal. Trois exemples de bijoux sont donnés ci-dessous. Les triangles en verre sont représentés en bleu ; ceux en métal sont représentés en jaune.



Verre Métal Bijou n° 1 Bijou n° 2 Bijou n° 3

Tous les triangles en métal ont le même prix.
Tous les triangles en verre ont le même prix.
Le bijou n° 1 revient à 11 € ; le bijou n° 2 revient à 9,10 €.
Utiliser un système pour déterminer à combien revient le bijou n° 3.

→ Métropole 2011

Figure 21

2.7.4. Manuel *Mathématiques 3^e*, de la collection Phare (Brault et al., 2012)

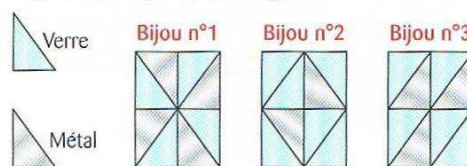
Dans cet ouvrage, on ne trouve nulle part de mentions telles que « prise d'initiative » ou « tâche non guidée ». Des problèmes sont regroupés dans une rubrique à part et ont pour objectif de faire travailler et d'évaluer les compétences du socle commun. Ils sont au nombre de deux ou trois par chapitre. L'énoncé du DNB 2011, « Les bijoux » a été repris dans ce manuel (ex 93 p 114) dans le chapitre « Inéquations-Systèmes d'équations ». Il se trouve dans la page « Je prépare le Brevet » (Figure 22). La mention « Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation » n'est pas retranscrite ici.

93 D'après brevet Métropole

On fabrique des bijoux à l'aide de triangles qui ont tous la même forme. Certains triangles sont en verre et les autres sont en métal.

Trois exemples de bijoux sont donnés ci-dessous.

Les triangles en verre sont représentés en bleu ; ceux en métal sont représentés en gris.



Tous les triangles en métal ont le même prix.

Tous les triangles en verre ont le même prix.

Le bijou n° 1 revient à 11 € ; le bijou n° 2 revient à 9,10 €.

• À combien revient le bijou n° 3 ?

Figure 22

2.7.5. Cette brève analyse de quatre manuels fait état de la grande diversité quant à la prise en compte de la mention « prise d'initiative », il s'agit parfois d'énoncés entiers, parfois seulement de questions. Un seul éditeur a fait le choix de lier cette prise d'initiative aux compétences du socle alors que les autres traitent ces dernières à part. Quant à la terminologie, nous remarquons qu'aucun de ces manuels n'a repris la mention officielle « tâche non guidée », deux ont mentionné « non guidé » en l'associant une fois au mot problème – « problème non guidé » – et une fois au mot exercice – « en vue des exercices non guidés du brevet ».

Nous avons par ailleurs remarqué une certaine diversité du point de vue des critères permettant d'attribuer ou non la mention « prise d'initiative » à un énoncé. Tous éditeurs confondus, il nous semble que deux critères caractérisent ces exercices.

1. La situation est exposée et le problème à résoudre est formulé sans indications supplémentaires : l'énoncé ne comprend pas de questions intermédiaires induisant une méthode ou bien guidant l'élève sur le chemin de la résolution
2. La tâche implique une modélisation et ce passage de la situation à un « modèle » mathématique est à la charge de l'élève.

On note que les quatre manuels étudiés ont fait le choix de reprendre l'énoncé « Les bijoux ». Alors que dans le sujet complet de l'épreuve de mathématiques du DNB, seul cet énoncé portait la phrase « toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation », trois manuels ne l'ont pas reproduite.

2.7.6. Nous avons regardé en détail les 15 exercices du Manuel *Zénius*, estampillés « Prise d'initiatives » (ceux sur fond jaune). Tout d'abord, il est intéressant de noter les

similitudes : tous les énoncés ne comportent qu'une seule question et il semble donc que l'absence de questions intermédiaires, visant à guider l'élève, est une caractéristique de ces énoncés. Par ailleurs, plus de la moitié des énoncés (8 sur 15) ont trait à une situation ayant un aspect « concret ». Et, en ce qui concerne la forme de l'énoncé, la majorité (10 sur 15) comporte soit une figure, soit un tableau, soit un schéma. Parmi ces dix énoncés, deux d'entre eux proposent en plus une image (une photo d'avion p. 262, une photo de tulipes p. 45) qui ne fait que jouer le rôle de distracteur, nous semble-il.

Les remarques qui suivent font état d'éléments plus disparates. Trois énoncés présentent un travail à partir de l'analyse de deux documents, la situation est liée à la vie courante ou à d'autres disciplines ou encore à des thèmes de convergence et elle peut effectivement être vécue « réellement ». Quant à la forme, la présentation implique une lecture active de l'information : l'énoncé comporte plusieurs documents de type tableau, texte, ou graphique, qui sont à mettre en relation. Un seul énoncé amène un positionnement en posant la question « Qu'en pensez-vous ? », en rapport avec l'affirmation d'un journaliste. Un seul appelle une démonstration, la question posée étant suivie de la demande expresse « Le prouver ». Un autre propose de réaliser une enquête auprès des collégiens, ce qui nécessite un travail préalable de recueil de données. D'autres encore, se présentent sous des formes plus « habituelles », tant dans la présentation que dans le mode de résolution.

Nous émettons l'hypothèse que c'est intentionnellement que les auteurs ont fait varier les formes de présentation de ces énoncés et les types de raisonnement à mettre en œuvre, ce qui les a conduits de fait à proposer des exercices satisfaisant des critères différents. Dans la tâche de préparation, les manuels se veulent une aide pour le professeur, l'absence de consensus est-elle un inconvénient ? Ou bien la variété permet-elle de laisser la possibilité au professeur de choisir en fonction de ses critères personnels, fondés sur son rapport personnel à l'objet ?

Chapitre 3. Une construction collective

Comme nous l'avons indiqué au début de notre mémoire, nous avons pu procéder à l'observation de trois séances lors desquelles, partiellement ou totalement, la professeure a proposé à la classe une TNGI : deux séances ont pu être observées dans des classes de 5^e et de 4^e de Camille et une séance dans une classe de 3^e de Pascale. Dans ce chapitre, nous commencerons par présenter Camille en fournissant quelques éléments de méso-contexte identiques pour les deux séances observées. Les effets attendus par Camille lorsqu'elle propose des TNGI ont été dégagés à partir des échanges lors de l'entretien qui a eu lieu juste avant la séance du 26 mars (classe de 5^e), ils servent donc de référence pour la séance du 26 mars et pour celle du 9 avril (classe de 4^e). Nous étudions ensuite dans ce chapitre la séance réalisée en classe de 5^e ; le chapitre suivant nous permettra de faire de même avec la séance réalisée en classe de 4^e et nous pourrons alors clore ce prochain chapitre en croisant des éléments de conclusion dégagés dans chacun des cas étudiés.

3.1. Éléments de méso-contexte

3.1.1. Camille est une enseignante que l'on peut qualifier d'expérimentée : elle a 20 ans d'ancienneté et est en poste en collège depuis 12 ans. Situé dans le sud-est de Toulouse, le collège où elle exerce actuellement est de taille moyenne (il a accueilli 500 élèves à la rentrée 2012) et possède la particularité de proposer deux classes bilangues, anglais/chinois et anglais/allemand, ainsi que des options sportives. Pour l'année scolaire 2012-2013, l'équipe de mathématiques est composée de cinq professeurs titulaires et d'un professeur stagiaire, dont Camille est la tutrice. Une certaine pratique de travail en équipe existe au sein de cette équipe, dans laquelle la conception et la gestion des TNGI en classe font l'objet de discussions et de travail mutualisé. Par exemple, une fiche de TNGI a été élaborée pour le niveau 6^e par Camille et une collègue de l'équipe (cf. Annexe 6).

3.1.2. Intéressons-nous maintenant au rapport personnel (qui est en lien avec le rapport institutionnel) de Camille aux TNGI, considérées comme objet. Rappelons qu'en TAD, l'une des notions fondamentales est « celle de rapport personnel d'un individu x à un objet o , expression par laquelle on désigne le système, noté $R(x, o)$, de toutes les interactions que x peut avoir avec l'objet o – que x le manipule, l'utilise, en parle, en rêve, etc. On dira que o existe pour x si le rapport personnel de x à o est « non vide », ce qu'on note $R(x, o) \neq \emptyset$. » (Chevallard, 2003, p. 1). Notons tout d'abord que, ayant intégré le groupe des formateurs associés aux IPR²² il y a maintenant trois ans, Camille a été amenée à préparer et animer des ateliers²³ présentés lors des journées pédagogiques de formation en 2011-2012 et en 2012-2013. Comme nous l'avons déjà indiqué, le concept d'« exercices à prise d'initiative » en lien avec l'évolution du DNB a été travaillé, de façon évolutive, lors de ces deux sessions.

L'entretien *ante* (cf. Annexe 7) nous a permis de dégager les effets attendus par Camille et, par là-même, quelques éléments du rapport personnel qu'elle entretient avec cet objet TNGI. Pour ce faire, nous avons relevé des éléments du discours traduisant ce que Camille vise comme effets sur les élèves lorsqu'ils ont une TNGI à étudier. Nous notons en premier lieu qu'elle déclare vouloir favoriser la prise d'initiative, l'émergence d'idées, la proposition par les élèves de solutions personnelles, l'autonomie dans la recherche, comme l'illustre sa toute première réponse : « alors déjà effectivement comme son nom l'indique : exercice à prise d'initiative donc l'élève me semble-t-il a une certaine autonomie <heu> il doit prendre des initiatives donc il doit avoir des idées ». Par ailleurs, elle souhaite susciter le passage à l'écrit qui, indique-t-elle, apparaît de plus en plus délicat avec l'avancée dans les niveaux du collège : « [...] mais quand ils deviennent plus grands j'ai l'impression qu'ils ont un peu peur de la feuille blanche et du coup ils n'osent plus écrire leurs recherches ». Engager les élèves à justifier leurs résultats pour convaincre les autres fait aussi partie des attentes de Camille qui à ce propos déclare : « oui un débat mathématique de façon à bien leur faire sentir aussi le fait <eh bien> qu'il faut convaincre : d'où la nécessité de la démonstration [...] puisqu'on veut arriver à ça quoi pour moi ça fait partie de notre objectif aussi la nécessité de démontrer de justifier de convaincre son auditoire ». En outre, pour elle les TNGI sont un moyen de faire vivre un débat en classe, en

22. Il s'agit ici du groupe des formateurs associés aux IPR, au niveau du collège (il en existe un autre pour le niveau lycée). Ce groupe est constitué d'une quinzaine de professeurs enseignant en collège.

23. Les formateurs élaborent, sous l'égide des inspecteurs, le contenu des ateliers lors de réunions de travail. Chaque formateur choisit un atelier qu'il animera plusieurs fois lors des journées de regroupements.

confrontant différentes solutions trouvées par les élèves : « oui alors <heu> souvent j'essaie de faire passer deux élèves : un qui a répondu quelque chose de complètement faux un autre qui a répondu de façon correcte de façon à ce que s'instaure un débat dans la classe ».

3.2. La séance du 26 mars 2013

3.2.1. Commençons par quelques éléments de micro-contexte. La classe observée est une classe de 5^e, qui comporte 27 élèves dont 14 ont choisi l'option bilingue anglais/chinois. Au vu des résultats obtenus au deuxième trimestre, les élèves ont un bon niveau scolaire global et un niveau satisfaisant en mathématiques. La salle dans laquelle se déroule la séance est très spacieuse et le bureau du professeur est situé sur une petite estrade. Cette configuration particulière s'est révélée être une aide pour l'analyse de l'agir de Camille en classe par rapport à ses déplacements.

3.2.2. Le corpus de cette séance (cf. Annexe 7) est constitué de la retranscription de l'entretien *ante* avec le professeur, de la vidéo de la séance, de remarques globales sur la séance (recueillies après la séance de façon informelle, sans enregistrement), des traces écrites de huit élèves relevées à la fin de la séance et, comme indication du niveau scolaire des élèves, de la synthèse des notes obtenues au deuxième trimestre de l'année.

3.2.3. Cette séance s'insère entre deux séquences : celle qui vient de se terminer traitait des fractions (addition, soustraction, multiplication) et, dans sa progression, Camille a prévu de poursuivre en traitant le chapitre concernant les angles. La durée de la séance complète est de 55 minutes et celle de notre vidéo est de 51 minutes, ce qui correspond au travail en lien avec la TNGI – les quatre premières minutes, consacrées à la mise en place des élèves et à l'appel, n'ont pas été filmées. Notons pour terminer que, dans l'année, les élèves ont déjà participé à deux séances de travail autour d'une TNGI, toutes les deux organisées comme cette troisième séance, et enfin que, pour cette séance, Camille a donné comme consigne d'apporter la calculatrice et le manuel.

3.3. Analyse de l'enjeu de l'étude

Dans ce qui suit, nous proposons une analyse praxéologique de l'objet qui est l'enjeu de l'étude, mais en se plaçant du point de vue de la professeure, c'est-à-dire en considérant cet objet dans l'institution que constitue l'ensemble des professeurs exerçant en collège.

3.3.1. Commençons par reproduire l'énoncé distribué aux élèves :

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante :

« Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »

1. Quelle sera la longueur d'un côté d'un carré ?

2. Combien y aura-t-il de carrés par plaque ?

La tâche à réaliser se situe dans un cadre particulier « concret » puisque la situation du monde qui est étudiée est censée relever d'une situation professionnelle qui peut être vécue. Cela dit, de par leur formulation, les deux questions posées rendent l'énoncé « standard », c'est-à-dire ressemblant aux énoncés mathématiques usuellement proposés aux élèves.

3.3.2. Nous sommes ici en présence de ce que, en TAD, on appelle une *situation du monde*, qui ici est extra-mathématique, et que l'on modélise ainsi : $s = \{\sigma ; \checkmark ; x, x', x'', \dots\}$ dans laquelle des *acteurs* x, x', x'', \dots doivent accomplir une *tâche coche* \checkmark relative à un *système* σ . Ici, le système σ est l'ensemble des plaques de métal de dimensions 110 cm \times 88 cm dont dispose l'ouvrier, la tâche \checkmark consiste à « [découper] dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte » et l'ouvrier évoqué en début d'énoncé est l'acteur x qui doit accomplir cette tâche \checkmark . Implicitement, face à une telle situation la question se pose de l'accomplissement de la tâche \checkmark par les acteurs x, x', x'', \dots considérés. En fait, cette tâche \checkmark « cache » et *motive* une tâche t d'un type T supposé problématique pour les acteurs x, x', x'', \dots et, surtout, pour les élèves x_i qui sont ici censés fournir une aide auxdits acteurs. Dans le cas considéré, l'énoncé fournit d'ailleurs les deux questions que les élèves ont à traiter : 1. Quelle sera la longueur d'un côté d'un carré ? ; 2. Combien y aura-t-il de carrés par plaque ?

Avant de dégager la tâche t dans le cas considéré, notons que l'étude d'une situation du monde se laisse découper en trois phases : 1) la phase de *modélisation*, où l'on élabore un modèle μ du système σ , ce modèle étant bien entendu *déterminé par la tâche* \checkmark qu'il s'agit, *in fine*, d'accomplir ; 2) la phase de *travail du modèle* μ , à propos duquel on a dégagé une question à examiner, en relation avec la tâche \checkmark ou encore d'autres tâches qui auront surgi à l'occasion de la phase de modélisation ; 3) la phase de *retour à la situation*, où l'on revient sur la tâche coche à accomplir.

3.3.3. Dans la situation que l'on considère, les carrés que l'on veut obtenir mesurent tous k cm, où k est un entier naturel (non nul) – car « les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm ». Du fait qu'il ne doit pas y avoir de perte, on doit avoir exactement L carrés dans la longueur et ℓ carrés dans la largeur (L et ℓ sont des nombres entiers), ce qui fait que l'on a simultanément $110 \text{ cm} = L \times k \text{ cm}$ et $88 \text{ cm} = \ell \times k \text{ cm}$. Par conséquent, $110 = L \times k$ et $88 = \ell \times k$: la mesure k est donc un diviseur commun à 110 et 88 ; comme par ailleurs il faut que les carrés soient les plus grands possibles, on va être amené à déterminer le plus grand des diviseurs communs à 110 et à 88. En reprenant le schéma proposé ci-dessus, on a ici choisi comme modèle μ l'ensemble des diviseurs qui sont communs à 110 et 88, et le travail de ce modèle doit permettre de déterminer lequel d'entre eux est le plus grand. Voici donc la tâche t qu'il faudra accomplir et pour laquelle il faudra trouver comment travailler adéquatement le modèle – en d'autres termes, il faudra déterminer une technique, justifiée par un environnement technologico-théorique idoine – avant d'opérer un « retour à la situation » en donnant la dimension de chacun des carrés et, comme le demande l'énoncé, le nombre de carrés par plaque. Le travail de la classe s'arrêtera là, le soin de découper les plaques étant à la charge de l'ouvrier évoqué dans l'énoncé.

On notera que le fait que la tâche coche ✓ ne soit pas à la charge de la classe, mais à la charge (virtuelle) de l'ouvrier évoqué, ne permet pas de faire émerger en quelque sorte « naturellement » les deux questions qui, ici, sont fournies par l'énoncé. On pourrait imaginer un autre scénario, où les élèves auraient effectivement à découper des plaques carrées (en petits groupes) dans des grandes plaques et où la question de la dimension des carrés se poserait sans que le professeur ait « besoin » de la formuler, dans l'énoncé ou en classe. De même la question du nombre de plaques pourrait se poser aussi, à condition de formuler une autre situation : la quantité de carrés qu'il faudrait pour paver telle pièce ou encore la quantité de carrés qu'il faudrait livrer à telle centre de distribution.

3.3.4. Les élèves sont confrontés ici à *une tâche t* particulière. Notons dès à présent que cette tâche que l'on trouve proposée à l'étude ici relève d'un type de tâches T : « déterminer le plus grand diviseur commun à deux nombres entiers », que l'on aurait à accomplir pour étudier des situations du type suivant :

Un ouvrier dispose de plaques de métal de m cm de longueur et de n cm de largeur, où m et n sont deux nombres entiers. Il a reçu la consigne suivante : « Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »

En classe de 5^e, ce type de tâches *T* ne constitue pas un enjeu de l'étude alors que cela sera le cas en classe de 3^e, ainsi qu'on peut le constater sur l'extrait du programme de cette classe²⁴, dans le domaine « 2. Nombres et calculs » dont nous reproduisons le début :

2.1. Nombres entiers et rationnels

CONNAISSANCES. Diviseurs communs à deux entiers, PGCD.

CAPACITÉS. – Connaître et utiliser un algorithme donnant le PGCD de deux entiers (algorithme des soustractions, algorithme d'Euclide). // – Calculer le PGCD de deux entiers. // – Déterminer si deux entiers donnés sont premiers entre eux.

COMMENTAIRES. *Plusieurs méthodes peuvent être envisagées.* La connaissance de relations arithmétiques entre nombres – que la pratique du calcul mental a permis de développer – permet d'identifier des diviseurs communs de deux entiers. // Le recours à une décomposition en produits de facteurs premiers est possible dans des cas simples mais ne doit pas être systématisée. // Les tableurs, calculatrices et logiciels de calcul formel sont exploités.

3.3.5. Intéressons-nous maintenant à une technique possible permettant d'accomplir cette tâche *t*, ainsi que d'autres tâches du type *T*, « déterminer le plus grand diviseur commun à deux nombres entiers », en classe de 5^e. Comme on l'a vu, au niveau du collège c'est en classe de 3^e que l'on apprend à « calculer le PGCD de deux entiers » en mettant en place *in fine* une technique que l'on peut qualifier d'« experte », celle qui utilise l'algorithme d'Euclide. En classe de 5^e, toujours dans le domaine « 2. Nombres et Calculs », le programme stipule :

2.1. Nombres entiers et décimaux positifs : calcul, divisibilité sur les entiers

CONNAISSANCES. Multiples et diviseurs, divisibilité.

CAPACITÉS. – Reconnaître, dans des cas simples, si un nombre entier positif est multiple ou diviseur d'un autre nombre entier positif.

COMMENTAIRES. Les notions de multiple et diviseur sont entretenues. La reconnaissance de multiples ou de diviseurs est faite soit en utilisant les critères de divisibilité installés en classe de sixième, soit en ayant recours au calcul mental ou à la division.

On voit donc que les notions de multiple et de diviseur doivent être « entretenues » et que l'on retravaille à cette occasion les « critères de divisibilité installés en classe de sixième ». Notons que, en cinquième, le travail sur l'égalité de deux fractions amène aussi à réinvestir la notion de diviseur d'un entier. Il s'agit donc là d'une notion qui est familière aux élèves et la détermination des diviseurs d'un nombre entier, sans être promue au rang de type de

24. On rappelle que le programme de troisième fournit en introduction la note suivante : « les points du programme (connaissances et capacités) qui ne sont pas exigibles pour le socle commun des connaissances et des compétences sont en italiques [...] »

tâches en classe de 5^e, ne semble pas hors de portée des élèves. Voici une technique possible, notée τ_1 , qui permet d'accomplir ce type de tâches T : « déterminer le plus grand diviseur commun à deux nombres entiers ». Pour faciliter l'analyse de cette technique, nous allons nommer m et n les deux entiers dont il est question et supposer $m < n$ (le cas $m = n$ étant trivial).

- a) Déterminer si m est un diviseur de n . Si c'est le cas, conclure que le plus grand diviseur commun à m et n est égal à m . Sinon, passer à l'étape b).
- b) Déterminer les diviseurs de m , en procédant ainsi : prendre la liste de tous les nombres k (non nuls) inférieurs (ou égaux) à m et examiner si k est ou non un diviseur de m (soit avec les critères de divisibilité, soit en effectuant la division de m par k).
- c) Pour chacun des diviseurs k de m ainsi trouvés, examiner si k est ou non un diviseur de n , en commençant par le plus grand et en s'arrêtant dès qu'on a trouvé le premier nombre k diviseur commun à m et n .

Une variante de cette technique consiste à déterminer les diviseurs de m en prenant la liste des nombres k inférieurs ou égaux à m dans l'ordre décroissant ($m, m - 1, \dots$) et en testant à chaque fois que l'on obtient un diviseur de m s'il est ou non aussi un diviseur de n .

3.3.6. Du point de vue technologique, on ne note ici aucun *élément* qui soit vraiment nouveau. La notion qui est ici principalement mobilisée est celle de diviseur d'un entier naturel, introduite en classe de 6^e comme l'indique cet extrait du programme figurant dans la colonne COMMENTAIRES : « La notion de multiple, introduite à l'école primaire, est rappelée sur des exemples numériques, en même temps qu'est introduite celle de diviseur. » Le nouveau est ailleurs, dans le discours qui permet de s'assurer qu'on obtient bien le résultat cherché sans que pour autant des fragments de discours soient érigés en notation, théorème ou définition (comme cela pourrait être le cas en classe de 3^e, lorsqu'on introduit la notion de PGCD).

Concernant la théorie, nous allons mettre en évidence un élément lié à l'utilisation de la calculatrice. Nous avons indiqué que pour « examiner si k est ou non un diviseur de m », on pouvait utiliser les critères de divisibilité ou encore effectuer la division de m par k . Notons que, lors de cette séance, les élèves avaient leur calculatrice à disposition et que, avec les nombres 88 et 110 que l'on peut qualifier d'« usuels », la calculatrice nous permet de conclure à la divisibilité d'un nombre m par un nombre k en calculant le quotient $\frac{m}{k}$ et en se fiant à l'affichage de la calculatrice : si la valeur affichée est entière, alors k divise m ; sinon, k ne divise pas m . Pour vérifier que 88 n'est pas divisible par 13 à l'aide de la

calculatrice, on peut s'appuyer sur l'affichage $\frac{88}{13} =_c 6,76923076923077$ fourni par une calculatrice en ligne²⁵ (la notation « Op =_c A » indique que A est le nombre affiché par la calculatrice quand on entre l'opération « Op »). Bien sûr, comme toute technique, celle-ci a une certaine portée : si l'on considère $k = 999999999999999$ et $m = 999999999999998$, il est facile de vérifier que k ne divise pas m car $m = k + 1$, alors que la même calculatrice que celle que l'on vient d'utiliser, qui permet de saisir un nombre entier comportant 15 chiffres, fournit $\frac{m}{k} =_c 1$. Cela dit, des calculatrices permettant d'afficher plus de chiffres mettent en évidence que le quotient n'est pas entier : avec la calculatrice de l'ordinateur (qui permet d'afficher des nombres de 32 chiffres), on a ainsi

$$\frac{m}{k} =_c 1,0000000000000001000000000000002.$$

Cela dit, dans le cas où les nombres considérés sont usuels la calculatrice est tout à fait fiable. Supposons m et k inférieurs à 9 999 (leur écriture a moins de 4 chiffres). Si k n'est pas un diviseur de m , alors $m = kd + r$, où $0 < r < k < 10\,000$. Dans ce cas, $\frac{m}{k} = d + \frac{r}{k}$ avec $d < 10\,000$ et $\frac{r}{k} \geq \frac{1}{k} > \frac{1}{10\,000} = 0,0001$. La partie entière est constituée d'au plus 4 chiffres et la partie décimale ne commence pas par « 0000 ». Par conséquent, si la calculatrice affiche 8 chiffres, la valeur affichée ne sera pas celle d'un nombre entier.

Bien entendu, ce discours ne sera pas tenu en classe et on tiendra pour évident que la calculatrice nous fournit bien le résultat cherché : on a là un élément théorique car, non interrogé dans l'institution « collège ».

Terminons par quelques remarques sur la situation choisie pour l'activité qui sera proposée dans le cadre des TNGI. Camille s'est volontairement affranchie du programme de la classe, en choisissant une situation ordinairement étudiée en classe de 3^e, tout en veillant cependant à ce que les questions à traiter puissent l'être raisonnablement avec l'équipement praxéologique d'un élève de 5^e. La situation choisie est un support de problème que l'on trouve généralement en classe de troisième, dans l'étude des « nombres entiers et rationnels » (notion de diviseurs communs à deux nombres entiers et celle de PGCD). On retrouve la même situation, comme support du premier exercice des activités numériques de l'épreuve de mathématiques du brevet à Pondichéry en avril 2012. La

25. Par exemple, celle qui est disponible en ligne, en étant présentée comme une « calculatrice en ligne pour collège et lycée » : <http://www.mathovore.fr/calculatrice.php>.

formulation quant à elle, diffère de celle de Camille comme le montre l'énoncé reproduit ci-après :

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur.

Il a reçu la consigne suivante :

« Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.
2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.
3. On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.
 - a. Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?
 - b. Combien y aura-t-il de carrés par plaques ?

Pendant la séance, comme nous le verrons, Camille propose une fiche d'aide aux élèves. Cette fiche comporte les deux questions ci-après :

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.
2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.

Dans le cas du sujet de Pondichéry, ces deux questions sont intégrées à l'énoncé (ce sont les deux premières) et la contrainte « carrés les plus grands possibles » ne vient qu'en un second temps. La formulation proposée par Camille rend le problème plus ouvert que celui du sujet de Pondichéry. En effet, pour les élèves de Camille, la difficulté de la tâche réside (en partie) dans la prise en compte simultanée de toutes les contraintes qui pèsent sur le côté c d'un carré possible.

L'analyse de ces contraintes permet par ailleurs de se rendre compte qu'elles ne sont pas toutes, d'un point de vue didactique, de même nature. La contrainte « k est un nombre entier » est imposée pour des raisons didactiques, elle fait partie de l'énoncé. A contrario, le fait que k est un diviseur de 88 et de 110 est amené par l'œuvre mathématique elle-même et ce sont les élèves qui doivent la faire émerger en ces termes, de l'énoncé.

3.4. Le déroulement de la séance

3.4.1. Pour les deux séances filmées, nous avons choisi une analyse basée sur un découpage en unités didactiques, réalisé après un premier visionnage (ou écoute) dont le but était d'avoir une vision globale de la séance en s'attachant aux postures ainsi qu'aux positionnements de la professeure, notamment par rapport à l'estrade présente dans la classe. En combinant les éléments du discours annonçant un changement et le comportement physique du professeur nous avons identifié différentes phases. Ensuite, une écoute plus fine du discours nous a permis de relever, dans chacune des unités, l'intention

du professeur. Dans ce qui suit, nous présentons le découpage que nous avons effectué : la présentation du travail dure 3 minutes (environ 6 % du TNGI) : Camille distribue la feuille, s'assure de la bonne compréhension de la consigne et répond collectivement aux questions des élèves. Puis la première phase de recherche est lancée par l'injonction « c'est bon ↗ allez je vous laisse faire ↑ » (02:55). Elle dure 9 minutes et 30 secondes (02:55 à 12:28), temps pendant lequel les élèves cherchent individuellement tandis que Camille circule dans la classe et regarde ce que les élèves écrivent. Au bout de 9 minutes et 30 secondes, Camille propose une aide : « alors ça fait 10 minutes que vous recherchez d'accord ↗ la solution de cet exercice <1> de cet énoncé ce que je vous propose maintenant c'est de vous aider <2> pour ceux qui ont un peu de mal ↘ <1> qui voudrait une aide ↗ » (12:28). Nous rappelons que cette aide prend la forme d'une petite fiche comportant les deux questions suivantes :

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.
2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.

La proposition et distribution de l'aide (12:28 à 13:55) prendront 1 minute et 30 secondes. Une majorité d'élèves demande l'aide, en levant le doigt. Camille la leur donne alors, sans apporter de précisions supplémentaires, puis le travail individuel reprend : nous nommerons cette phase « recherche individuelle : deuxième temps » elle dure 8 minutes (13:55 à 21:48). La recherche est alors interrompue par un sondage concernant la fiche aide : « alors je vous fais un petit sondage avant de continuer qui a pu répondre aux deux questions de l'aide ? » (21:48). La recherche individuelle reprend pour un troisième et dernier temps (22:33 à 24:00) avant que Camille y mette un terme en disant : « bien allez on s'arrête on va essayer de faire le point » (24:00).

S'ensuit une mise en commun, qui dure 26 minutes (24:00 à 50:17), lors de laquelle Camille sollicite plusieurs élèves dont certains viendront au tableau présenter leur démarche. En tout, les trois temps consacrés à la recherche auront duré 19 minutes (somme de 9 minutes 30 secondes, 8 minutes et de 1 minutes 30 secondes), ce qui correspond à environ 37 % du temps consacré à la TGNI, et pendant lesquels Camille a reproduit globalement, à chaque fois, les mêmes gestes professionnels. Le bilan se termine par la phrase : « je vais relever ces feuilles je prendrai en photo le tableau pour la prochaine fois je vous distribuerai donc les différentes propositions de vos camarades » (50:17).

3.4.2. Nous allons maintenant analyser le travail des élèves en observant les traces écrites que nous en avons recueillies. Rappelons qu'une feuille sur laquelle figure l'énoncé de la

situation à étudier a été distribuée en début de séance aux élèves, qui ont pour consigne d'écrire dessus et de ne rien effacer comme l'a indiqué Camille : « des calculs vous avez droit la calculatrice je vous l'avais déjà dit d'accord ↗ vous avez droit au manuel si vous avez besoin de chercher certaines choses dans le manuel d'accord ↗ je veux voir toutes vos recherches c'est-à-dire qu'il est hors de question de gommer vous faites ça au bic comme ça ça vous évitera de gommer d'accord ↗ si vous voyez que vos recherches n'aboutissent pas ben vous le notez clairement je vois que je suis sur la mauvaise piste je cherche heu autre chose d'accord ? »

Nous avons relevé huit travaux d'élèves, dans lesquels il est possible de distinguer ce qui a été fait avant la fiche d'aide et après. En voici un exemple (Figure 23).

Enoncé : Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante :
 « Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte.
 1. Quelle sera la longueur du côté d'un carré?
 2. Combien y aura-t-il de carrés par plaques? »

Mes recherches

$$110 : 5 = 22$$

$$110 : 2 = 55$$

$$110 : 10 = 11$$

$$88 : 11 = 8$$

$$110 : 11 = 10$$

$$88 : 2$$

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté? Justifier votre réponse.
 2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté? Justifier votre réponse.

1. Il ne peut pas choisir ^{de découper} des plaques de 10 cm de côté car 88 n'est pas divisible par 10.

2. Il peut choisir de découper des plaques de 11 cm de côté car 110 et 88 sont divisibles par 11.

1. La longueur d'un côté du carré est 11 cm.

2. Il y aura 80 carrés par plaques.

Figure 23

On note la présence d'un schéma dans la moitié des écrits, comme l'illustrent les deux extraits (Figure 24. Extrait 1. & Figure 25. Extrait 2.), le premier étant un travail avant l'aide et le deuxième après l'aide.

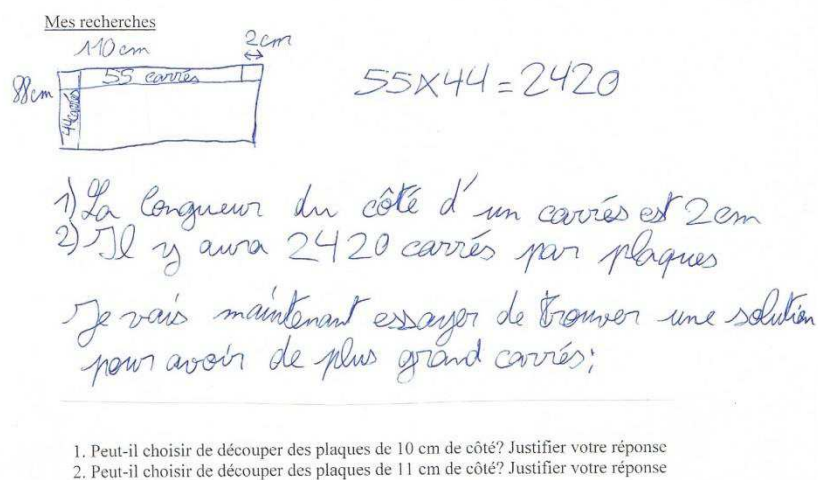


Figure 24. Extrait 1.

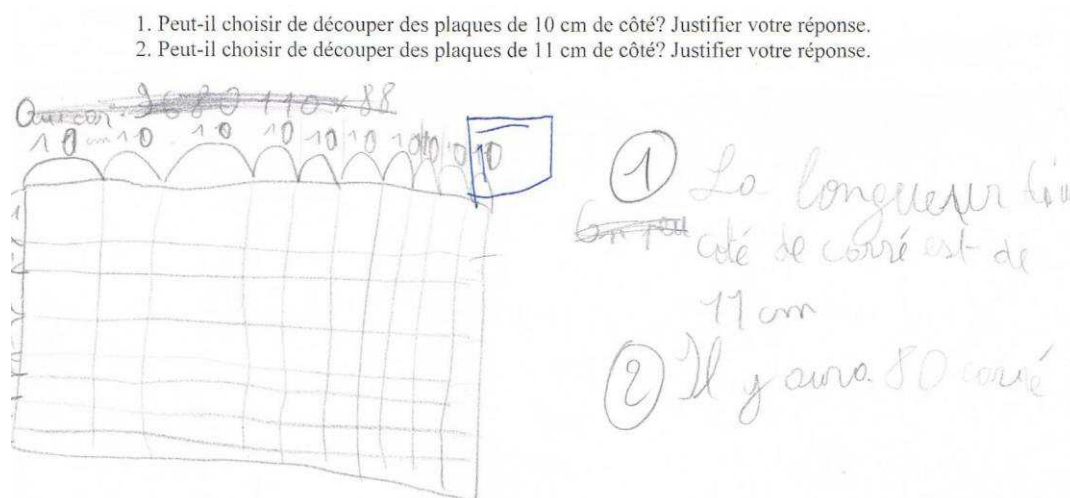


Figure 25. Extrait 2.

Les élèves ont eu déjà recours à la réalisation de schémas comme le prouve l'intervention d'un élève qui, en tout début de séance (01:52), demande au professeur s'il peut faire un schéma. On relève aussi la réplique de Camille s'adressant à Phylcia : « j'aimerais comprendre ↑ tu peux faire un dessin ↗ au tableau peut-être pour répondre à la question ↗ un schéma ↗ » (33:21). Phylcia refuse de venir faire un schéma pour se faire comprendre. On note qu'elle n'en avait pas fait sur sa feuille, comme le montre la trace écrite de son travail (Figure 26) sur lequel on reviendra. Puis, plus tard dans la mise en commun, on relève une autre remarque de Camille à destination de tous les élèves « ben revenez à votre

dessin ↑ vous faites plus de schémas je comprends pas pourquoi vous ne faites plus de schémas faites un schéma ↑ vous allez le voir » (42:46).

3.5. La direction d'étude de Camille

3.5.1. À travers les gestes de Camille dans la direction d'étude, nous voyons émerger le type de tâches « développer la prise d'initiative chez l'élève. ». Dans ce qui suit, nous dégagons quelques éléments qui permettent de cerner la technique mise en œuvre par Camille pour accomplir ce type de tâches, en introduisant ce que nous appelons des « regards » et des « échanges ». Nous entendons par « regard » le fait que Camille porte son attention sur un écrit, quelle qu'en soit la durée (même si elle ne fait qu'y « jeter un coup d'œil »). Nous estimons que, dans tous les cas, il s'agit d'une prise d'information. C'est à partir du visionnage de la vidéo de la séance que nous avons comptabilisé ces « regards ». Nous parlerons d'« échange » dès qu'une question d'un élève engendre une réponse de Camille ou bien, dès qu'une remarque de Camille est suivie d'une réponse de l'élève (l'échange pouvant être plus long).

3.5.2. Commençons par l'analyse des phases de recherche, qui sont au nombre de trois. Lors de la première, qui précède la distribution de la fiche d'aide, la professeure circule beaucoup, avec très peu d'interaction avec les élèves. Nous avons comptabilisé 26 regards portés sur la feuille de 14 élèves différents, noté un seul échange (très bref, à 10:40) avec un élève, en lien avec ce qu'il a écrit. Nous avons identifié, à trois reprises, des interventions visant à « recadrer » un élève. Au cours de la deuxième phase de recherche (13:55 à 21:48), Camille a regardé 19 écrits et a eu un échange avec un élève, à sa demande. En retour, Camille le questionne « t'as fini ↗ tu peux convaincre tes camarades ↗ tu as la bonne réponse ↗ » (20:38). Avant de passer au bilan, lors la troisième phase de recherche, Camille a regardé 4 travaux (22:33 à 24:00) dont 2 à la demande de l'élève, et a eu deux échanges. Le tableau ci-dessous présente une synthèse des échanges réalisés entre la professeure et les élèves²⁶ au cours des phases de recherche ainsi que le nombre d'écrits regardés (Tableau 4).

26. Nous désignons par Garçon A et Garçon B deux élèves (de sexe masculin) dont nous ne connaissons pas le prénom.

3.5.3.

	Recherche 1 (6:02 à 12:58)	Recherche 2 (13:55 à 21:48)	Recherche 3 (22:33 à 24:00)
Nom de l'élève et horaire de l'échange	Garçon A (10:40)	Yannis (14:55) (14:17) (18:17)	Garçon B (23:29)
Nombre d'échanges	1	3	1
Nombre d'écrits regardés	26	19	4

Tableau 4

Si l'on prend en compte les trois phases de recherche, le nombre d'échanges est très faible (5) et, dans chacun des cas, les remarques ne portent jamais sur le contenu *stricto sensu* mais sont d'ordre méthodologique, comme l'illustrent les exemples suivants : « ah ! alors essaye de peaufiner de façon à ce qu'ils comprennent\ » (20:38), le « ah » étant prononcé positivement et « ah c'est celui-là ça le bon ↗ c'est quoi ça ↗ bon tu nous expliqueras » (22:46). Cette professeure circule beaucoup pendant les phases de recherche, elle regarde de nombreuses productions ainsi que l'avancement de certaines, en revenant plusieurs fois sur un même écrit. Pendant ces temps de recherche, son activité semble consacrée exclusivement à une prise d'informations sur l'avancée des travaux, et sur les obstacles rencontrés par les élèves. Elle se construit ainsi une représentation de la situation locale de chaque élève. Nous avons noté une forte intention de ne pas « guider » l'élève dans l'accomplissement de la tâche mais de lui fournir un étayage, les interventions orales de Camille étant principalement destinées à encourager ou à orienter le travail. Le terme étayage est ici employé au sens de D. Bucheton : « l'étayage c'est ce que l'enseignant fait avec l'élève pour l'accompagner, dans ses apprentissages et dans la mise en place de conduites et attitudes qui leur sont propices ». (2009, p. 186).

J. S. Bruner présente la notion d'étayage comme un support « à travers lequel l'adulte restreint la complexité de la tâche, permettant à l'enfant de résoudre des problèmes qu'il ne peut accomplir tout seul » (1983, p. 288). Un professeur qui protège l'élève des distractions, qui « dirige par son discours et ses actions les activités de l'enfant de façon à le confronter constamment à des relations entre signes, moyens et buts [...] s'accordant ainsi étroitement au niveau de l'enfant dans le déroulement de la tâche » (1983, p. 289) assure des fonctions d'étayage.

3.5.4. Passons maintenant à l'analyse du bilan en termes de choix des élèves désignés. Le bilan commence par la correction des deux questions de l'aide ; un élève volontaire,

Yannis, est désigné pour se rendre au tableau, donner la réponse de la première question et un autre volontaire, Sylvain, fait de même pour la deuxième question. Avant de passer aux questions de l'énoncé initial, Camille pose une question supplémentaire : « très bien alors je vais rajouter des questions à l'aide juste pour voir si vous avez bien compris puis après on passera à la suite » (32:00). Il semble qu'elle veuille s'assurer de la bonne compréhension de la situation à ce stade-là, c'est-à-dire dans un cas particulier. Un troisième élève volontaire, Hugo, est désigné pour venir au tableau écrire la réponse ; le temps correspondant ainsi que les questions qui en découlent est de 6 minutes. Ensuite, Antoine donne oralement la bonne réponse (22 cm) et est envoyé au tableau pour expliquer aux autres sa démarche. Yannis sera sollicité par Camille pour aider son camarade Antoine enfin, en dernier lieu, Camille demandera à Yannis de présenter sa propre démarche.

Nous nous intéressons d'abord au choix de Camille quant aux élèves qu'elle désigne pour expliquer leur démarche aux autres. Pour répondre à la première question de l'aide, on note que Camille désigne Yannis : elle connaît son travail pour l'avoir regardé à huit reprises pendant les deux premières phases de recherche. Elle le sollicitera à nouveau pour clore le bilan en lui demandant de raconter comment il s'y est pris, sa démarche étant différente de celle explicitée au tableau : « Yannis tu peux nous raconter un peu comment tu as fait ↗ puis je pense que l'on va s'arrêter là » (48:31). Elle choisit ensuite Sylvain, dont elle a regardé la recherche une fois en début de séance, puis désigne Hugo, dont elle a pris connaissance de la production écrite trois fois au cours de la recherche. Le troisième élève sollicité pour le bilan sera Antoine : elle a regardé son travail à deux reprises et l'a incité à écrire ce qu'il lui disait : « tu écris tu écris tout » (15:13). Ces quatre élèves sont d'un bon niveau en mathématiques et tous s'expriment assez aisément. Lors du bilan, nous avons aussi relevé de nombreux éléments qui montrent la volonté de Camille de faire expliquer aux élèves ce qu'ils annoncent en s'appuyant sur les élèves qui ne comprennent pas. Camille veut que les élèves soient capables de faire comprendre leur démarche, pas seulement à leur professeure mais surtout à leurs camarades. Les interventions suivantes attestent de cette volonté : « mais qu'est-ce qu'il écrit là ↗ est-ce que tu peux m'expliquer ce qu'il fait ↗ je ne comprends pas ce qu'il fait ». En début de bilan, par rapport à la réponse apportée par Yannis, Camille affirme : « Clara ↗ Clara n'a pas compris ↘ » (25:46) suivi de « et moi j'ai un peu de mal » (25:48). Elle montre qu'elle s'associe aux élèves. Et quelques explications données par Yannis plus tard, Camille affirme « je pense que Clara n'a toujours pas compris si <2> vu ses yeux » (26:35) ; il est important de noter ici que Clara est une excellente élève.

À propos de la réponse proposée par Yannis, elle demande « qui n'a pas compris ↗ Phylicia ↗ » (25:38). Précisons que Phylicia est une élève de niveau faible en mathématiques, au regard de sa moyenne trimestrielle du deuxième trimestre. À un autre moment du bilan, Camille interroge à nouveau Phylicia (qui ne lève pas le doigt alors que d'autres élèves sont volontaires pour répondre) et sa réponse, « 880 » (33:06), montre qu'elle n'a pas compris la situation ; en outre, elle ne veut pas (ou ne peut pas ?) expliquer comment elle trouve 880. L'extrait suivant de sa copie (Figure 26) fait état d'un raisonnement basé sur l'aire du rectangle (en cm^2) avec l'erreur provenant de la confusion entre le côté d'un carré (ici 10) et le nombre de carrés.

Mes recherches

110cm longueur 110 88cm
 88cm largeur

faire. on fait $110 \div 88$ pour voir combien ça va nous
 ça nous fait 1,25 on a mon avis on ne peut
 pas

$110 \times 88 = 9680$

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté? Justifier votre réponse.
 2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté? Justifier votre réponse.

1. on fait $9680 \div 10 = 968$ donc il lui restera sûrement
 une petite chute mais à mon avis tout devrait
 rentrer non, il ne peut pas car 88 n'est pas divisible par 10.

2. on fait $9680 \div 11 = 880$ mais il en manquera.
 tout car quand on divise 110 par 11 on obtient
 un nombre entier pareil pour 88

Si je fait $968 \times 10 = 9680$ donc, il y
 aura 968 carrés par plaques et la longueur du
 côté d'un carré et égale à 10cm.

Si je fait $880 \times 11 = 9680$ donc il y aura
 880 carrés par plaques et la longueur du côté
 d'un carré et égale à 11cm, mais par contre
 il y en aura plus de plaque.

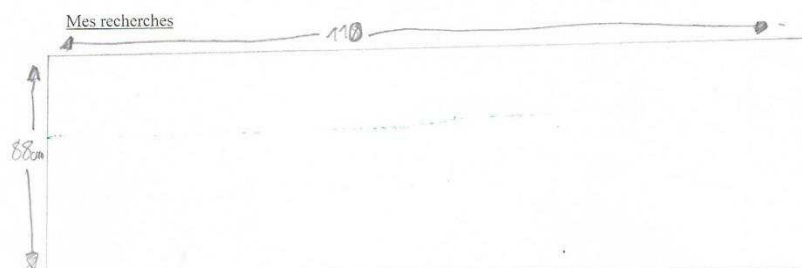
Figure 26

Camille procède de la même façon à propos de la réponse apportée par Hugo, pour laquelle elle sollicite à nouveau Phylicia « alors moi j'aimerais que Phylicia me dise si elle a compris » (35:00). Elle reprend la réponse de Phylicia (qui est erronée) et dit : « parce qu'il y a 80 carrés ah bon <2> alors Hugo je pense qu'il va falloir que tu expliques » (35:56). Il

est manifeste que Camille souhaite ne pas passer aux questions de l'énoncé initial, et notamment à la recherche du côté du plus grand carré possible, tant que les élèves n'ont pas compris la situation pour le cas particulier de 11 cm. Concernant l'explication donnée oralement par Sylvain, Camille demande à la classe : « est-ce qu'il y a des questions à poser à votre camarade Sylvain ↗ ou est-ce que tout le monde a compris ↗ » (29:28). À nouveau Camille demande de convaincre lorsqu'elle dit à Antoine : « il va falloir convaincre tes camarades pourquoi 22 pourquoi pas plus puisque tu estimes que c'est le plus grand possible » (40:00). À la fin de la présentation orale de Yannis (deuxième intervention) Camille demande : « est-ce que vous avez compris ↗ Léa ↗ tu as suivi c'est bon ↗ Linda ↗ » (49:47).

3.5.5. Passons à l'analyse qualitative du bilan en termes de gestion de la difficulté liée à la contrainte « le plus grand » et centrons-nous maintenant sur la gestion plus précise de la contrainte « les plus grands possibles », qui est aussi une difficulté prise en compte dans un deuxième temps de la phase de mise en commun. C'est un élève, Antoine, qui apporte la bonne réponse « eh ben c'est 22 centimètres parce que » (39:53) et qui va être amené à expliciter sa démarche. En fait, la technique de cet élève ne se base pas sur la réponse apportée par la deuxième question de l'aide, à savoir que 11 est un diviseur commun à 88 et 110. Au vu des traces écrites produites par Antoine (Figure 27), on peut penser que son raisonnement a été antérieur à la distribution de l'aide.

Enoncé : Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante :
 «Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte.
 1. Quelle sera la longueur du côté d'un carré?
 2. Combien y aura-t-il de carrés par plaques?



1) La longueur d'un carré sera égale à 22 car dans l'énoncé on dit qu'il ne doit pas avoir de perte donc il faut trouver un nombre entier donc j'ai commencé par dire que 88 cm pouvait être la longueur du côté alors j'ai fait $110 : 88$ pour voir si ce serait un nombre entier mais c'est égal à 1,25 donc ça ne pouvait pas être 88 cm de côté donc j'ai fait $88 : 2$ qui est égal à 44 et après j'ai fait $110 : 44$ pour voir si ce serait un nombre entier mais non c'est égal à 2,5

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté? Justifie
2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté? Justifie

Figure 27

Antoine présente sa démarche, de laquelle nous dégagons la technique utilisée que nous désignons par technique τ_2 , décrite ci-dessous :

- diviser n par m et regarder si le quotient k_1 obtenu est un nombre entier.
- Si k_1 est entier, alors m est la mesure en cm du côté du carré cherché.
- Si k_1 n'est pas entier, diviser m par 2 et reprendre les deux étapes précédentes, en remplaçant m par $m/2$)
- S'arrêter dès qu'on a un quotient k_i entier.

D'un point de vue plus global, il semble que la technique élaborée par Antoine consiste à tester la divisibilité de n par les diviseurs de m , dans l'ordre décroissant. Il convient de noter que Camille le questionne, l'engage à justifier sa technique « pourquoi pas 55 ↗ pourquoi 44 ↗ pourquoi tu divises par 2 ↗ » (42:00) puis un peu plus tard Camille le sollicite à nouveau « donc ça peut pas être 88 centimètres de côté on est d'accord alors maintenant tu peux expliquer pourquoi tu divises par deux ↗ ». Antoine hésite, ne semble

pas vraiment savoir « ben pour pas qu'il y ait la moitié je sais pas » et finit par dire que c'est parce qu'il faut un nombre entier de centimètres.

L'échange suivant illustre le fait notable que Camille reprend complètement la démarche d'Antoine (47:42), une fois que celui-ci a fini d'écrire au tableau. Elle dit « donc il a tâtonné soit mais vraiment de manière progressive c'est-à-dire que <1> il a pris le plus grand carré possible en fonction de la largeur 88 centimètres de côté il a vu que ça marchait pas pour avoir des nombres entiers de co <2> cm : donc il a tâtonné soit mais vraiment de manière progressive c'est-à-dire que <1> il a pris le plus grand carré possible en fonction de la largeur 88 centimètres de côté il a vu que ça marchait pas pour avoir des nombres entiers de co <2> centimètres qu'est-ce qu'il a fait ↗ il divise 88 par ↗ par combien ↗ vous avez suivi son raisonnement ou pas ↗ » Un élève répond « par deux » puis Camille enchaîne alors en disant « par deux <2> donc c'est le plus grand qu'il puisse avoir après 88 centimètres ça marche pas après par trois il essaie mais ça marche pas donc par quatre et par quatre ça fonctionne donc il est sûr qu'effectivement 22 centimètres c'est le côté du carré plus grand possible ».

Ensuite, avant de clore ce bilan, elle demande à Yannis de présenter sa technique qui, elle, s'appuie sur le cas où le côté du carré est 11 cm (deuxième question de l'aide) et double cette valeur jusqu'à 88 en déterminant si le nombre est un diviseur de 110. On note que la technologie associée à cette technique n'est que peu questionnée : on ne justifie pas le fait que le double d'un diviseur d'un nombre est aussi un diviseur de ce nombre... D'autre part, un certain flou demeure dans la justification de Yannis lorsqu'il affirme « après quand j'ai pris dans ma tête les autres ça fonctionnait pas » (49:11). Ni les propos de l'échange qui suit, ni la production écrite de Yannis (Figure 28) ne permettent d'être sûr qu'il a bien testé d'autres nombres que les doubles.

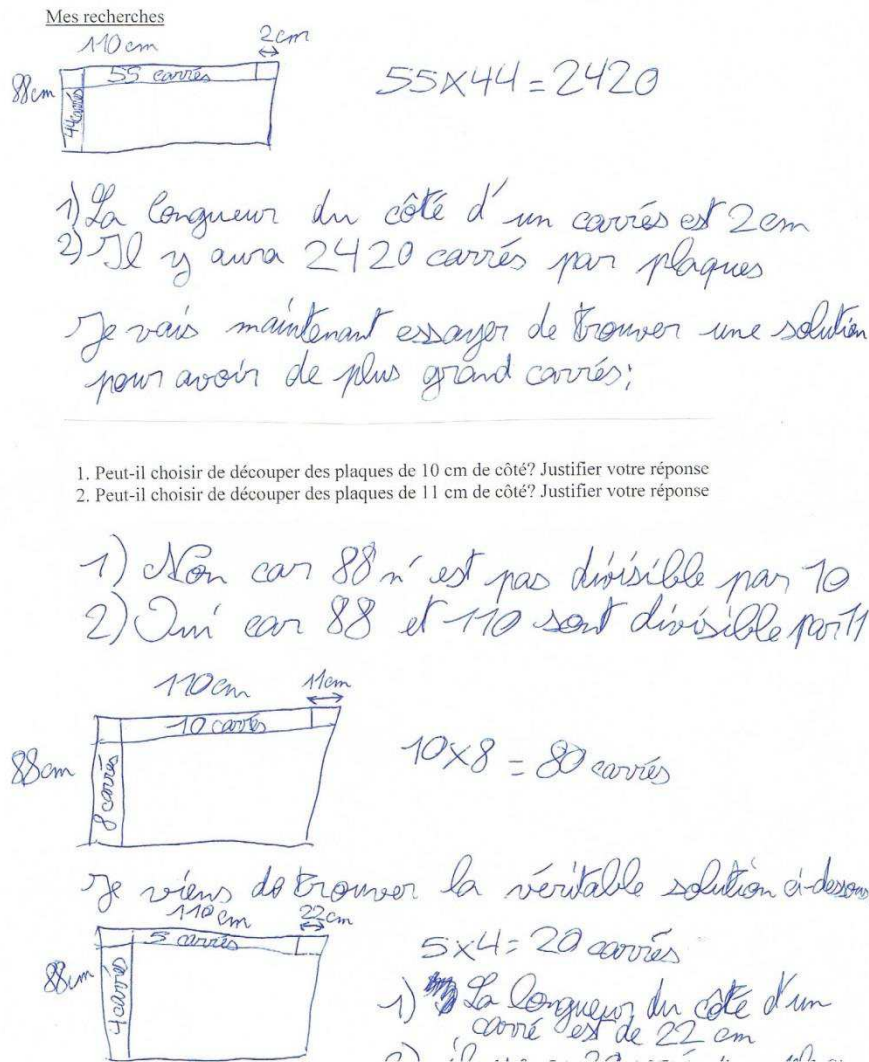


Figure 28

3.6. Premières conclusions

3.6.1. L'accomplissement de la tâche *t* dégagée lors de la phase de modélisation va alors supposer la construction par les élèves d'une technique inédite mais peu complexe, combinant un petit nombre d'éléments connus, et ce en autonomie didactique relative. C'est en ce sens que nous pouvons qualifier cette tâche de TNGI. En outre, cette tâche, qui est problématique dans notre cas, n'a nullement vocation à être reprise pour *in fine* devenir une tâche routinière, c'est-à-dire dont la technique est connue et a été travaillée. En fait nous pouvons dire que cette tâche ne se situe pas dans la zone d'étude normale (ZEN), dans laquelle l'élève s'exerce mais dans ce que Y. Chevallard désigne par la zone d'étude proche (ZEP) qui est constituée de problèmes « dont la résolution supposerait la construction par les élèves, guidés par l'énoncé, c'est-à-dire en autonomie didactique relative, d'une technique certes inédite mais peu complexe et combinant un petit nombre

d'éléments techniques eux-mêmes bien connus » (2006, p. 96). Cet extrait qui a été écrit en réponse à une question portant sur les devoirs surveillés doit être adapté : dans le cas d'une TNGI, on pourrait dire qu'il s'agit de problèmes « dont la résolution supposerait la construction par les élèves, *guidés peu ou prou par le professeur*, c'est-à-dire en autonomie didactique relative, d'une technique certes inédite mais peu complexe et combinant un petit nombre d'éléments techniques eux-mêmes bien connus ». Ici, au niveau de la 5^e, la notion de multiple d'un entier et celle de divisibilité ont été travaillées depuis longtemps.

3.6.2. Examinons maintenant la mise en tension entre les effets attendus et les effets déclarés qui se dégagent des entretiens ante et post. Au cours du bilan, Camille affiche la volonté que les élèves n'écrivent pas les solutions de leur camarades : « vous n'écrivez rien sur votre feuille hein ↗ vous laissez comme ça vous laissez vos recherches pour le moment on prend pas de correction <2> on fait rien on attend <2> on regarde <2> on essaie de se mettre d'accord » (30:49). Nous percevons ici un élément technique de l'équipement praxéologique de la professeure : « On décharge les élèves de la trace écrite, lors de la mise en commun. » La priorité semble être exclusivement donnée à la bonne compréhension par tous de ce qui est présenté au tableau et les interventions de Camille visent essentiellement à engager l'élève désigné à expliquer sa technique, jusqu'à ce que tous les élèves aient compris et soient d'accord. Ceci nous apparaît ici être un révélateur de l'élément technologique suivant : « La démarche personnelle d'un élève doit devenir celle de la classe, tous les élèves doivent avoir compris et avoir été convaincus que la technique proposée permet bien d'accomplir la tâche. » Il est intéressant de relever que cela faisait effectivement partie des attentes de Camille. Notons que la question des traces écrites n'a été que provisoirement écartée puisque Camille promet d'en donner une aux élèves à la prochaine séance : « je vais relever ces feuilles je prendrai en photo le tableau pour la prochaine fois je vous distribuerais donc les différentes propositions de vos camarades ↘ » (50:17).

À la fin de séance, lors d'un entretien informel, Camille se dit peu satisfaite : elle affirme que ça n'a pas trop « marché ». Pour notre part, nous estimons qu'une bonne partie des effets attendus sont atteints : les élèves ont cherché, ont écrit. Peut-être fait-elle référence à une autre de ses attentes qui était d'amener un débat. En effet, avec la mise en commun des solutions proposées par les élèves, nous pouvons penser qu'elle souhaitait que s'instaurent des échanges. D'un point de vue plus général pour un professeur de mathématiques, la mise en commun est l'occasion de développer chez les élèves des

capacités d'écoute, d'échange, d'argumentation qui alimentent sa formation de futur citoyen.

Dans cette séance, nous n'avons effectivement pas relevé d'échanges entre les élèves par rapport aux démarches présentées, il n'y a pas eu réellement de débat visant à construire collectivement une réponse au problème posé. Peut-être Camille n'est-elle pas satisfaite de sa régulation de l'avancée du travail ? regrette-t-elle de ne pas avoir eu le temps d'amorcer avec les élèves un travail réflexif portant sur ce qu'il faut retenir de cette recherche ?

Revenons aux praxéologies professorales en considérant le type de tâches *T* « développer la prise d'initiative chez l'élève » et en essayant de dégager des éléments significatifs de la technique mise en œuvre par Camille. À aucun moment, lors des phases de recherche, la professeure n'apporte de connaissances mathématiques aux élèves et, d'ailleurs, elle n'échange que très peu avec eux. Nous pensons que cela illustre un des éléments de technologie de son équipement praxéologique : on développe l'autonomie des élèves en situation de recherche en se montrant très présente mais sans les guider réellement, du moins façon individuelle. L'autonomie didactique peut être qualifiée de relative, dans la mesure où, comme nous l'avons indiqué plus haut, une aide sera tout de même apportée. Deux questions visant à aiguiller le travail vers des essais, constituent cette aide. Cela confirme l'intention de Camille de guider mais sans être trop directive.

À ce propos, nous avons noté que certains élèves sont déroutés par le style interrogatif : manifestement ils s'attendaient à autre chose (certainement à être guidés plus explicitement). Certains d'entre eux considèrent même que cela ne les aide en rien. D'ailleurs Camille s'appuie sur le travail d'un élève pour signifier que l'aide fournie en était réellement une : « ah parce que suite aux deux premières questions alors ↗ alors suite aux deux premières questions votre camarade dit 10 ça ne marche pas 11 ça fonctionne donc votre camarade donc c'était vraiment une aide Enzo toi qui m'a dit que c'est pas du tout une aide ↑ tu vois ça l'a aidé Yannis 11 centimètres fonctionne donc il dit ↗ » (48:44). Cette aide a été prévue en amont de la séance, lors de travail de préparation de la professeure. C'est dans le choix du moment de son introduction que nous voyons un geste d'ajustement. La volonté de Camille de réguler l'avancement du temps didactique transparait au travers de cet ajustement.

Cette aide est en fait, une invitation à « faire des essais » puisqu'elle propose de tester deux mesures, 10 cm et 11 cm. C'est comme si, en un premier temps, on se libérait de la contrainte « le plus grand possible ». Pour l'entier 11 (qui satisfait à la contrainte d'être un

diviseur commun à 88 et à 110), Camille demande en plus à la classe, de calculer le nombre de carrés que l'on obtiendrait alors.

Les questions de cette aide nous apparaissent être un moyen de favoriser la dévolution²⁷, dans la mesure où elles donnent une prise sur le problème aux élèves qui ne réussissent pas à se l'approprier. En termes de topogenèse, nous voyons ici la volonté de la professeure à « réengager » les élèves dans la tâche.

On peut émettre ici une hypothèse concernant la technologie de cette professeure : « pour démarrer une recherche en mathématique, on peut faire des essais ». On voit aussi apparaître un élément de technique de recherche : cela concerne la réalisation de schémas qui, comme on l'a vu, semble déjà faire partie des praxéologies didactiques de certains élèves et qui est mis en avant à nouveau dans la séance. Dans cette TNGI, le travail est principalement centré sur le moment exploratoire avec l'émergence d'une technique permettant d'accomplir la tâche proposée. Mais dans le cas présent, même si l'étude et la résolution du problème particulier induisent la constitution d'au moins un embryon de technique, cette technique ne sera pas développée ultérieurement puisque l'enjeu de l'étude ne réside pas dans le fait de déterminer des diviseurs communs à deux entiers. La séance étant ici détachée de l'enseignement « ordinaire » découpé en chapitres et le travail de cette TNGI se réalise donc ici dans une sorte d'îlot didactique, un moment « à part ».

Quant au bloc technologico-théorique de l'équipement praxéologique, on peut penser que pour Camille, les TNGI sont l'occasion d'imaginer une démarche de résolution. La volonté que soient présentées plusieurs démarches est manifeste.

Travailler sur une notion qui n'est pas au programme de la classe nous semble favoriser une diversité des techniques qui émergent (les élèves n'ont pas de technique privilégiée et n'ont pas de technique « experte » à leur disposition. Mais, par voie de conséquence, ce choix semble induire à terme une mise sous silence de certains éléments technologiques. L'objectif de la séance apparaît être principalement didactique : il s'agit de faire évoluer les praxéologies didactiques des élèves. Tout porte à penser que les savoirs visés par la professeure pour être construits par la classe sont de l'ordre du développement des praxéologies des élèves en situation de recherche. Le moment de l'étude qui est ici principalement travaillé est le moment exploratoire qui comporte notamment l'émergence d'une technique (ou d'un embryon de technique).

27. Dévolution au sens de « mécanisme » de transfert de responsabilité du professeur aux élèves.

On ne peut pas ici savoir sur quoi portera l'institutionnalisation puisqu'elle est prévue la séance suivante. Cependant, comme nous l'avons déjà indiqué, cette technique, qui consiste à rechercher les diviseurs communs à deux nombres entiers n'a pas vocation ici à être institutionnalisée puisque ce n'est pas un élément du programme de mathématique du niveau de 5^e.

Chapitre 4. Le souci de l'avancée du temps didactique.

4.1. La séance du 9 avril 2013

4.1.1. Comme pour la précédente séance analysée, commençons par quelques éléments de micro-contexte. La classe observée est une classe de 4^e qui comporte 25 élèves, dont 15 ont choisi l'option sport. Au vu des résultats obtenus au deuxième trimestre, les élèves ont un bon niveau scolaire global et un niveau satisfaisant en mathématiques. Par ailleurs, la salle de classe est celle de la séance du 26 mars (elle a été attribuée à Camille pour l'année scolaire).

4.1.2. Le corpus (cf. Annexe 8) se compose de la retranscription de l'entretien *ante* avec la professeure (c'est celui qui a eu lieu le 26 mars), de la vidéo de la séance, de l'entretien *post*, de l'ensemble des traces écrites des élèves relevées à la fin de la séance et de la synthèse des notes obtenues par la classe au deuxième trimestre de l'année.

4.1.3. La séance complète a une durée de 55 minutes (de 11 h 20 à 12 h 15). La durée d'enregistrement de 45 minutes correspond au travail en lien avec la TNGI, les 10 dernières minutes restantes ayant été consacrées à la correction d'un exercice portant sur la proportionnalité. Le chapitre en cours d'étude s'intitule « Puissances d'exposant entier positif ». Une première activité portant sur le développement de bactéries a été proposée et a conduit à dégager le sens et la notation de l'écriture 2^{10} comme produit de 10 facteurs tous égaux à 2. L'écriture décimale de ce nombre a aussi été donnée : $2^{10} = 1\,024$. Il s'en est ensuivi une définition de la puissance d'un nombre, illustrée par quelques exemples numériques. La deuxième partie de la séquence a été consacrée à des calculs d'expressions utilisant des puissances (écritures littérales et exemples numériques de produit et quotient de puissances).

4.2. Analyse de l'enjeu de l'étude

Portons maintenant notre attention sur la séance (filmée) et plus particulièrement sur la partie concernant la TNGI. La consigne donnée, « Quel est le dernier chiffre du nombre 2^{50} ? », est suivie très rapidement par la précision suivante : « le chiffre des unités ». Dans ce cas, contrairement à la précédente séance analysée, nous sommes directement confrontés à une tâche t relevant d'un type de tâches T que l'on peut choisir ainsi : « déterminer le chiffre des unités d'un nombre entier écrit sous forme de puissance a^n (où a et n sont deux entiers positifs) ». On notera que les valeurs numériques ($a = 2$ et $n = 50$) sont choisies de telle sorte qu'une calculatrice « collègue » ne fournisse pas la réponse ; si l'on reprend la calculatrice en ligne déjà citée, on trouve en effet :

$$2^{50} =_{\text{c}} 1,12589990684262 \times 10^{15} = 1\,125\,899\,906\,842\,620$$

En fait, il manque un seul chiffre, celui des unités que, justement, on essaie de déterminer. Une calculatrice plus puissante, comme celle de l'ordinateur, nous l'indique sans coup férir :

$$2^{50} =_{\text{c}} 1\,125\,899\,906\,842\,624$$

4.2.1. Autour de ce type de tâches, on peut construire une organisation mathématique ponctuelle que nous allons maintenant préciser. Tout porte à croire que c'est celle envisagée par Camille, car en tant que formatrice, elle a eu accès et a donc pu se référer à la solution qui est présentée dans un document largement diffusé dans l'académie de Toulouse (cf. 4.2.5). Rappelons que les élèves avaient le droit d'utiliser la calculatrice. Bien entendu, on supposera que la technique τ_0 consistant à déterminer le chiffre des unités en le lisant directement sur l'affichage de la calculatrice ne peut pas être mise en œuvre ; en d'autres termes, on considérera une tâche t qui ne fait pas partie de la *portée* de la technique τ_0 . Considérons donc la technique suivante, que l'on notera τ_1 :

- Déterminer le chiffre des unités de a^1, a^2, a^3, \dots jusqu'à la première fois où l'on retrouve un chiffre déjà trouvé : on le notera ℓ .
- Déterminer le nombre d'étapes à suivre pour passer d'une occurrence de ℓ à la suivante : on le notera c (et on l'appellera la *longueur du cycle*).
- Déterminer le reste r de la division euclidienne de l'exposant n par la longueur du cycle c .
- Si $r = 0$, déterminer le chiffre des unités du nombre a^c : c'est le résultat cherché. Sinon, déterminer le chiffre des unités du nombre a^r : c'est le résultat cherché.

Dans le cas qui nous intéresse, 2^{50} , voici ce que donne cette technique :

Puissance	Écriture décimale	Chiffre des unités
2^1	2	2
2^2	4	4
2^3	8	8
2^4	16	6
2^5	32	2

On a donc $c = 4$ et, en effectuant la division de 50 par 4, on obtient : $50 = 4 \times 12 + 2$. On en conclut que le chiffre des unités de 2^{50} est le même que celui de 2^2 , c'est-à-dire 4. Ce qui correspond à l'affichage fourni par la calculatrice de l'ordinateur.

4.2.2. Il reste bien entendu à justifier cette technique τ_1 . Tout d'abord, il faut s'assurer que l'on retombera bien sur un chiffre déjà trouvé, ce qui se vérifie simplement car les résultats possibles sont en nombre fini (on a 10 chiffres, donc 10 possibilités). Il est d'ailleurs possible de déterminer le nombre c en examinant les différents cas possibles, car il suffit de s'en tenir aux 10 premières valeurs entières pour a (le chiffre des unités d'une puissance d'exposant donné ne dépend que du chiffre des unités de la base²⁸) et aux 10 premières valeurs entières pour n (on est alors assuré d'avoir retrouvé un chiffre déjà trouvé). Ensuite, on peut s'appuyer sur le tableau suivant (Figure 29), issu du site de Gérard Villemin²⁹.

		Puissance (p) →									
Unité	1										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	4	8	6	2	4	8	6	2	4	6
3	3	9	7	1	3	9	7	1	3	9	7
4	4	6	4	6	4	6	4	6	4	6	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	9	3	1	7	9	3	1	7	9	3
8	8	4	2	6	8	4	2	6	8	4	2
9	9	1	9	1	9	1	9	1	9	1	9
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 29

On constate que c'est toujours le chiffre des unités de a qui va se rencontrer à nouveau en premier (on peut dire qu'il n'y a pas de préperiode) et cela va notamment permettre de

28. Si a et b ont le même chiffre des unités, leur différence $a - b$ est un multiple de 10, la réciproque étant vraie (on a une caractérisation de la propriété « a et b ont le même chiffre des unités ») ; autrement dit, $a \equiv_{10} b$. Par conséquent, $a^n \equiv_{10} b^n$, ce qui prouve bien que a^n et b^n ont le même chiffre des unités.

29. <http://villemin.gerard.free.fr/aNombre/MOTIF/Chiffres/UnitPuis.htm>.

justifier la dernière étape de la technique τ_1 . Ce qu'on appellera la *longueur du cycle* est donc le premier nombre c (non nul) tel que a^{c+1} a le même chiffre des unités que a : on a $a^{c+1} \equiv_{10} a$. Il reste maintenant à vérifier les deux assertions suivantes, en posant $n = kc + r$, où k et r sont le quotient et le reste de la division de n par c :

- Cas où $r = 0$: $a^n \equiv_{10} a^c$.
- Cas où $r \neq 0$: $a^n \equiv_{10} a^r$.

Soit $r = 0$, c'est-à-dire $n = kc$, avec $k \in \mathbb{N}^*$. L'assertion est trivialement vraie pour $k = 1$ ($a^c \equiv_{10} a^c$). Considérons maintenant une valeur quelconque de k (non nul) et supposons cette assertion vraie pour k ; on a alors $a^{kc} \equiv_{10} a^c$ et :

$$a^{(k+1)c} \equiv_{10} a^{kc} \cdot a^c \equiv_{10} a^c \cdot a^c \equiv_{10} a^{2c} \equiv_{10} a^{(c-1)+(c+1)} \equiv_{10} a^{c-1} \cdot a^{c+1} \equiv_{10} a^{c-1} \cdot a \equiv_{10} a^c.$$

L'assertion est alors vraie pour $k + 1$. On vient de démontrer par récurrence que, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, on a : $a^{kc} \equiv_{10} a^c$.

Passons maintenant au cas où $r \neq 0$.

$$a^n \equiv_{10} a^{kc+r} \equiv_{10} a^{kc} \cdot a^r \equiv_{10} a^c \cdot a^r \equiv_{10} a^{c+r} \equiv_{10} a^{(c+1)+(r-1)} \equiv_{10} a^{c+1} \cdot a^{r-1} \equiv_{10} a \cdot a^{r-1} \equiv_{10} a^r$$

4.2.3. L'environnement technologico-théorique dans lequel nous nous sommes placée pour justifier la technique τ_1 proposée est constitué autour de la notion de congruence (modulo 10). Sans nous y attarder plus, dégageons la propriété qui légitime l'intervention de cette notion pour étudier le problème considéré : « Deux nombres entiers a et b possèdent le même chiffre des unités si et seulement si ils sont congrus modulo 10. » Bien entendu, il s'agit ici d'une organisation praxéologique qui n'est pas à la portée d'un élève de cinquième : nous nous sommes ici placée dans l'institution « enseignement secondaire » mais en position de professeur.

4.2.4. Nous proposons maintenant une autre organisation praxéologique, constituée autour de ce même type de tâches, et dont nous verrons qu'elle a émergé durant la séance. La technique, que nous nommerons τ_2 , se laisse analyser ainsi :

- Décomposer a^n en produit de plusieurs a^i dont on peut obtenir une valeur exacte (à la main ou à la calculatrice).
- Déterminer le chiffre des unités de chaque a^i .
- Effectuer le produit des chiffres des unités de l'étape précédente
- Déterminer le chiffre des unités du produit trouvé : c'est le résultat cherché.

La technologie θ_2 permettant de justifier cette technique τ_2 s'appuie essentiellement sur l'élément technologique θ_{21} : « Le chiffre des unités d'un produit est le chiffre des unités du produit des chiffres des unités de chaque facteur. »

4.2.5. Comme précédemment, terminons par quelques remarques sur la situation choisie pour cette activité. Un document de la collection « Ressources pour les classes de 6^e, 5^e, 4^e, et 3^e du collège » intitulé « Raisonnement et démonstration »³⁰ (MEN-DGESCO, 2009), propose cet énoncé sous la forme suivante « Quel est le dernier chiffre de 2 puissance 50 ? ». Il se trouve dans le paragraphe « Énoncés ouverts et raisonnement » et est précédé de la mention : « L'exemple suivant montre l'intérêt de laisser ouverte la formulation d'un problème pour favoriser l'engagement des élèves dans sa résolution et laisser émerger des démarches variées. » Ce document, qui précise le niveau de classe, « à partir de la quatrième », propose ensuite des productions d'élèves ainsi que la solution « que pensait proposer un professeur » (p. 12) et qui, en substance, correspond à celle de Camille. Nous la reproduisons ci-dessous (Figure 30), sans commentaire.

Voici la solution que pensait proposer le professeur :

$2^1 = 2$	$2^5 = 32$	$2^9 = 512$
$2^2 = 4$	$2^6 = 64$	$2^{10} = 1024$
$2^3 = 8$	$2^7 = 128$	$2^{11} = 2048$
$2^4 = 16$	$2^8 = 256$	$2^{12} = 4096$

Si la puissance est un multiple de 4, c'est-à-dire de la forme $4n$, alors le dernier chiffre de 2 élevé à cette puissance est 6.

Si la puissance est de la forme $4n + 1$, le dernier chiffre est 2.

Si la puissance est de la forme $4n + 2$, le dernier chiffre est 4.

Si la puissance est de la forme $4n + 3$, le dernier chiffre est 8.

Or $50 = 4 \cdot 12 + 2$ donc le dernier chiffre de 2^{50} est 4.

Voici les commentaires *a posteriori* du professeur :

Aucun de mes élèves n'a fait de raisonnement de ce type. Ma solution est-elle une démonstration ? L'utilisation de n est-elle intéressante pour la suite de l'apprentissage des mathématiques ? Ceci a-t-il été ma première idée car j'ai derrière la tête un joli raisonnement par récurrence ? (bien rassurant celui-là.) Au vu des copies, j'ai projeté des solutions d'élèves qui me semblent plus simples et performantes.

Figure 30

Par ailleurs, cet énoncé a été repris dans un sujet de la deuxième épreuve d'admission du CAPES externe de mathématiques de 2011³¹, dans un sujet portant sur le thème « arithmétique », complété par une autre question :

30. http://cache.media.Éduscol.education.fr/file/Mathematiques/50/0/doc_acc_clg_raisonnementetdemonstration_223500.pdf.

31. http://media.education.gouv.fr/file/capes_externe/71/5/capes_ext_math_4_140715.pdf.

- 1) Quel est le chiffre des unités de 2^{50} ?
- 2) Déterminer les entiers naturels k tels que $2k - 1$ soit un multiple de 51.

Ce sujet comporte en outre cinq travaux d'élèves à analyser (ce sont les mêmes extraits que dans le document cité précédemment).

Pour terminer, notons que l'on retrouve cet énoncé dans les exercices de la rubrique « J'approfondis » du manuel *Zénius 3^e*, édition 2012 (n° 26, p. 113) avec la mention « Prise d'initiatives » dans le chapitre intitulé « Outils de calcul et puissances » (Figure 31).

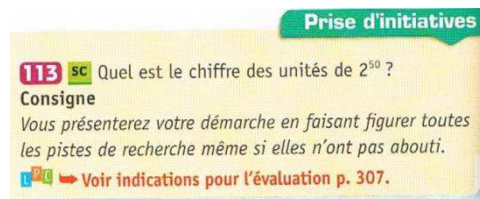


Figure 31

Il est intéressant de relever que dans les indications pour l'évaluation, les trois premières compétences sont les suivantes : « J'ai pensé à calculer des puissances de 2, j'ai observé et comparé mes résultats, j'ai utilisé ma calculatrice pour calculer d'autres puissances de 2. » (Figure 32).

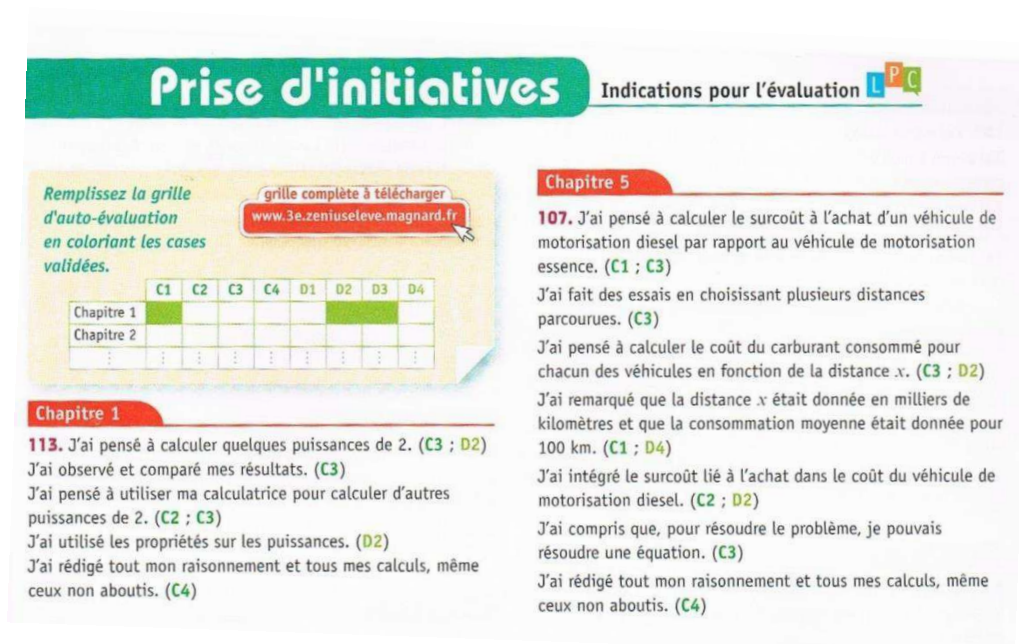


Figure 32

4.3. Le déroulement de la séance

Nous reprenons ici la même méthodologie que celle mise en œuvre pour découper en unités la séance du 26 mars. Là aussi, le passage d'une unité à une autre a été facilement

identifiable par ce que dit Camille, ainsi que par son positionnement spatial dans la salle. Le tableau ci-dessous (Tableau 5) résume les différentes unités ainsi que leur durée. Le travail lié à la TNGI a occupé environ 76 % du temps de la séance totale.

Phase	Description	Durée
Entrée en classe et installation Prise en main	<ul style="list-style-type: none"> – Les élèves s’installent, sortent leurs affaires – Camille fait l’appel (ordinateur) – Camille explique ma présence et me donne la parole 	3 min
Consignes	Présentation de la tâche : Camille indique le type de travail : « exercice à prise d’initiative »	1 min
	Présentation de la consigne Camille énonce et écrit la consigne au tableau	1 min
	<ul style="list-style-type: none"> – Camille s’assure de la bonne compréhension de la consigne – Questions des élèves – Camille répond aux questions collectivement. 	1 min
Recherche individuelle (Premier temps)	Les élèves cherchent Camille passe dans les rangs et répond aux questions	7 min
Mise au point (premier arrêt)	<ul style="list-style-type: none"> – Camille fait le point collectivement – Camille reprend les prérequis nécessaires à la bonne compréhension. – Les élèves indiquent où ils en sont, posent des questions 	3 min
Recherche individuelle (deuxième temps)	Les élèves cherchent. Camille passe dans les rangs et répond aux questions	6 min
Mise au point (deuxième arrêt)	Camille présente les premiers résultats trouvés afin de faire avancer ceux qui ont des difficultés.	5 min
Recherche individuelle (troisième temps)	Les élèves cherchent. Camille passe dans les rangs et répond aux questions	4 min
Bilan	Les élèves présentent leurs procédures et Camille conclue	11 min
Institutionnalisation	Camille formule « ce qu’on a appris » en termes méthodologiques	1 min
	Camille relève les feuilles	2 min
Correction	Camille corrige un exercice qui était à chercher pour le jour (sur la proportionnalité)	10 min

Tableau 5

La première phase de recherche est lancée par l’injonction « allez je vous laisse faire » (6:02) elle est close par l’intervention orale « alors on va faire un point là parce que vous

tournez en rond » (12:58). « chut donc vous cherchez chut chut » (16:00) marque le début de la deuxième phase de recherche, qui prend fin lorsque Camille s'exclame « bon allez on va faire le point <3> chut » (22:04) suivi de « vous tirez un trait horizontal là sur votre feuille <3> on va pas donner de réponse <2> on va juste <1> oh oh Fiona on va faire une pause vous tirez un trait horizontal <1> vous marquez dessous première pause <2> ça sera probablement la dernière <2> pause <1> on va essayer de faire le point <2> pour que vous essayiez un peu d'avancer parce que là <1> on s'enlise alors <3> Gauthier c'est bon ? » (22:15).

Camille interrompt un élève (Eliot) qui s'apprête à donner la réponse, en disant « je vous laisse terminer la recherche » (27:14). Ceci marque le début de la troisième phase de recherche. L'expression appuyée « bon » (30:10) est une tentative d'arrêter cette phase mais à la demande de Guillaume, elle attendra qu'il ait fini avant de réellement lancer le bilan. Pendant ce temps intermédiaire, elle échange avec d'autres élèves puis s'exclame « qui a écrit <2> tout ça 50 fin <2> jusqu'au numéro 50 ↗ » (31:12) suivi de « bon alors justement on va voir » (31:28). En lançant « conclusion » (41:40) Camille marque l'arrêt du bilan et entre dans la phase d'institutionnalisation.

La durée cumulée des phases de recherche individuelle s'élève à 17 minutes (somme de 4 minutes, 6 minutes et 7 minutes) pour 42 minutes consacrées à ce travail, soit environ 40 % (ce qui correspond à 31 % de la durée de la séance totale). La durée totale consacrée aux deux mises au point, au bilan et à l'institutionnalisation est de 20 minutes (somme de 3 minutes, 5 minutes, 11 minutes et 1 minute). On peut aussi rajouter le temps pendant lequel Camille relève les feuilles, car en même temps elle répond à des questions en rapport avec l'objet de la séance. Ceci donnerait une durée globale pour les temps collectifs de 21 minutes.

4.3.1. Passons maintenant aux traces écrites du travail des élèves. Une feuille blanche leur a été distribuée en début de séance et ils ont pour consigne d'écrire dessus et de ne rien effacer : « chut vous allez noter la consigne sur cette feuille et vous n'avez pas droit d'utiliser un crayon à papier c'est-à-dire que <2> je <1> je veux voir toutes vos réflexions toutes vos démarches je ne veux pas que vous gommiez » (2:55). Nous avons recueilli 24 documents de travail (un élève était absent ce jour-là).

Au tout début de la deuxième mise au point qui a lieu à 22:05, Camille demande aux élèves de tirer un grand trait : « on va faire une pause vous tirez un trait horizontal <1> vous marquez dessous première pause <2> ça sera probablement la dernière <2> pause

Nous avons comptabilisé 20 copies comportant soit un grand trait soit une indication avec le mot « pause » (ou les deux). Penchons-nous tout d'abord sur les traces écrites « avant le trait ». Nous constatons qu'aucun écrit ne fait apparaître trace de la régularité des chiffres des unités des puissances de 2. D'autre part, parmi les 14 élèves qui ont donné une réponse identifiable (soit par une phrase soit par un signe ostentatoire comme par exemple le chiffre des unités entouré dans ce qui semble être le résultat) 6 élèves ont répondu « 0 » et 4 ont répondu « 1 ». On peut supposer que le chiffre 0 provient du nombre 50 (comme si 2^{50} était une écriture analogue à l'écriture décimale de position) ou encore que c'est le chiffre des unités d'un résultat provenant d'un calcul erroné, comme l'illustre le cas ci-dessous (Figure 33).

Figure 33

80

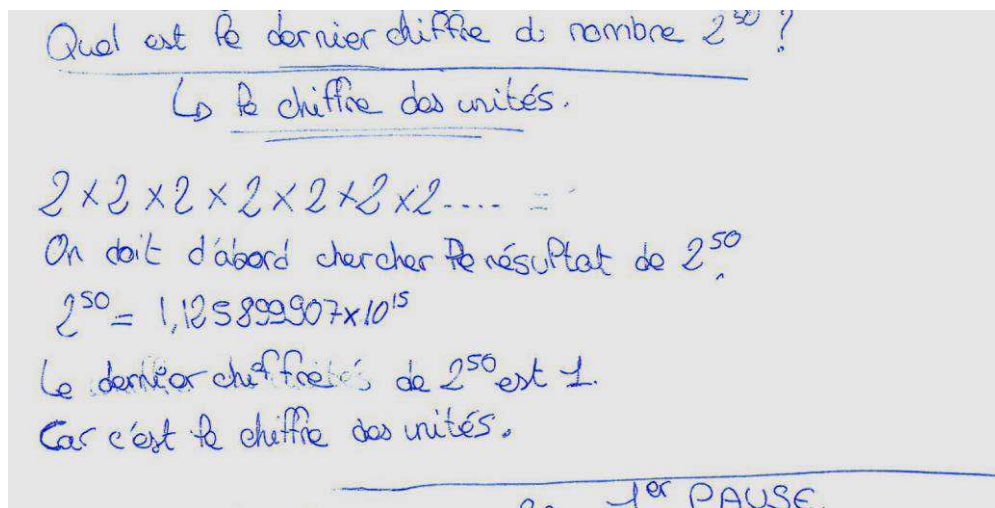


Figure 34

L'étude des traces écrites « après le trait » révèle que 6 élèves n'ont rien écrit après la deuxième mise au point. Notons que parmi ceux-ci, 2 avaient trouvé la solution auparavant. Dans les 14 traces écrites après le trait, on distingue la présence d'éléments en lien avec la deuxième mise au point dans 7 copies, la présence exclusive d'éléments vus (au tableau) ou qui ont été dits (par Camille ou par des élèves) dans 5 copies et la présence d'éléments personnels, c'est-à-dire sans lien direct avec la technique τ_1 qui est basée sur le repérage d'un cycle de longueur 4, dans 2 copies. Voici ci-dessous une de ces deux productions (Figure 35) :

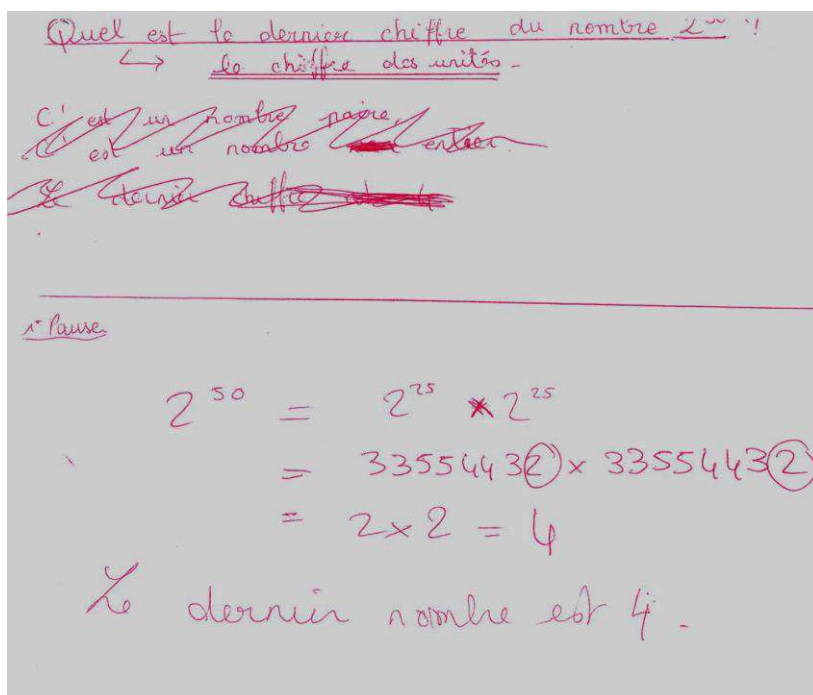


Figure 35

Précisons que parmi les élèves auteurs des 7 copies citées précédemment, 2 ont finalement abouti à une réponse correcte et justifiée. Quant aux effets produits par la deuxième mise au point, on peut conclure, en synthèse, que 7 élèves ont été relancés dans leur recherche par les apports de Camille et des élèves sollicités.

4.4. La direction d'étude de Camille

Dans ce qui suit, en distinguant les phases de recherche et les phases de « mise au point » nous nous centrons sur le repérage d'éléments pouvant caractériser la technique mise en œuvre par Camille pour accomplir le type de tâches : « Développer la prise d'initiative chez l'élève ».

4.4.1. Commençons par une analyse quantitative des phases de recherche. Lors de ces différentes phases, la professeure circule beaucoup et interagit avec les élèves soit de manière individuelle, soit de manière collective. Le visionnage de la vidéo nous a permis de distinguer dans les interventions de Camille celles où elle s'adresse soit à un seul élève soit à deux ou trois élèves ayant leurs bureaux accolés (c'est ce que nous désignerons par « petits groupes ») de celles à destination de la classe entière, dans la mesure où le positionnement du professeur et le niveau sonore de ses interventions font que ce qu'elle dit peut être entendu par tous. Selon les mêmes définitions que précédemment (cf. 3.5), nous considérons les échanges entre un élève et Camille et les écrits sur lesquels elle porte son « regard » (qu'elle y « jette un coup d'œil » ou bien qu'elle l'observe de manière plus attentionnée). Au cours de la première phase de recherche (6:02 à 12:58) 14 écrits ont été regardés par Camille, dont 5 initiés par l'appel de l'élève. Dans 11 cas (sur 14) Camille n'a rien dit. On comptabilise 3 échanges lors desquels, dans un cas, Camille a fait une remarque (sans réponse).

Au cours de la deuxième phase de recherche (16:00 à 22:04) Camille a regardé 13 écrits, dont 3 à la demande de l'élève. Dans 5 cas (sur 13) Camille n'a rien dit. On comptabilise 5 échanges, dont 2 avec Eliot, 2 avec Thibaud et 1 avec un autre garçon (qui n'est pas celui de la recherche 1). À trois reprises Camille a fait une remarque sans réponse de la part de l'élève « vous auriez mieux fait d'écouter » (à Thibaud et à sa voisine : 18:08) « ah <2> allez » (à Matéo : 20:20), « tu peux la laisser chercher toute seule toute seule » (à Thibaud : 20:54).

Camille a regardé 8 travaux lors la troisième phase de recherche (2 sur demande) et a échangé avec 4 élèves différents : Thibaud, un élève non visible, Matéo et Eliot. À un

moment Camille a prodigué un conseil à Matéo sans réponse de sa part, « Matéo essaie de voir si comme ça tu retrouves ce que t'as fait comme ça tu restes pas sans rien faire » (28:33), puis a fait remarquer quelque chose à un élève : « ah ↗ ça a changé depuis toute à l'heure ↗ » (28:42).

Le tableau ci-dessous présente une synthèse des échanges réalisés entre la professeure et les élèves au cours des phases de recherche.

Échanges de la professeure	Recherche 1 (6:02 à 12:58)	Recherche 2 (16:00 à 22:04)	Recherche 3 (27:14 à 31:12)
Noms des élèves (suivis de l'horaire)	Fille (9:00) Garçon A (9:38) Thibaud (11:54)	Thibaud (17:56-21:18) Eliot (18:36-19:44) Garçon B (19:04)	Matéo (27:19) Eliot (28:12) Thibaud (28:58) Élève (21:11)
Nombre d'échanges	3	5	4
Nombre d'écrits regardés	14	13	8

En tenant compte des trois phases de recherche, 12 échanges se sont produits et cela a concerné 7 élèves, dont 2 à plusieurs reprises. Il apparaît clairement que Camille se montre attentive au travail écrit de certains élèves plus particulièrement : Thibaud (4 échanges ainsi que 3 regards), Eliot (3 échanges et 4 regards), Matéo (1 échange, 2 regards et 1 remarque). On comptabilise 35 fois où Camille a porté son regard sur une production écrite et cela concerne 17 élèves différents.

4.4.2. D'un point de vue qualitatif maintenant, nous remarquons que ces interventions témoignent des préoccupations suivantes :

- rappeler le cadre de travail : « recherche individuelle (en accentuant sur le dernier mot) », « j'ai dit que je ne voulais pas qu'on efface » ;
- aider les élèves à franchir les obstacles à la compréhension : « si c'est un nombre entier il a bien un dernier chiffre le chiffre des unités <1>je veux celui-là ! », « est-ce que ça (en montrant un élément écrit) fois cinq ça te donne 2 exposant 50 ↗ » ;
- contrôler de la compréhension : « C'est clair pour tous ou pas ? » ;
- développer l'autonomie dans le travail exploratoire: « reviens sur la question qu'on te pose », « reviens à la définition de 2 exposant 50 » ;
- encourager les élèves dans un piste de travail ou bien les mettre en garde : « t'as fini presque je te signale », « t'es peut-être sur la bonne piste », « ce n'est pas possible parce que tu as mis <inaudible> ».

Il est intéressant de noter que, à aucun moment, Camille n'apporte de connaissances mathématiques. Cette professeure est très active pendant les phases de recherche, elle fait des remarques, questionne, demande des précisions mais parfois regarde aussi certaines productions sans que cela ne soit suivi d'une interaction avec l'élève concerné. Tout cela laisse à penser que ce temps de recherche (qui a une durée cumulée de 17 minutes), est à la fois un temps de régulation de l'activité des élèves et un temps de prise d'informations pour la professeure.

On note que Thibaud et Matéo, qui ont échangé à plusieurs reprises avec Camille seront interrogés ensuite pour la mise en commun.

4.4.3. Passons maintenant aux phases de « mise au point collective » et à leur analyse qualitative. Nous considérons que ces mises au point ou « pauses », selon la terminologie de Camille, sont des gestes d'ajustements : à trois reprises Camille décide de passer de scènes locales (un élève ou deux situés sur le même bureau) à une scène collective. Nous allons essayer de dégager quels facteurs ont déclenché le choix d'arrêter la recherche et de faire un point, et quel est l'objectif didactique de cette mise au point.

4.4.3.1. Première mise au point (12:58 à 16:00)

Nous avons noté les deux interventions de Camille « vous tournez en rond », « vous êtes en train de tout mélanger » qui précèdent le premier arrêt de la recherche des élèves.

Nous relevons les éléments suivants qui attestent de la volonté de faciliter la dévolution de la tâche: « Pourquoi je ne vous ai pas demandé de calculer ce nombre ? », « quelle est la définition de 2^{50} ? », « vous utilisez la calculatrice vous faites quoi ? », « qu'est-ce que ça signifie ? » (en parlant de l'affichage de la calculatrice) « je vous demande quoi ? », « le chiffre des unités ». En croisant ces éléments de discours avec les productions des élèves « avant le trait » on peut donc penser que Camille a repéré les erreurs commises et des mauvaises pistes. Il semble que par un questionnement, Camille veut « clarifier » le contrat didactique. Selon Guy Brousseau, le contrat didactique est « la règle du jeu et la stratégie de la situation didactique. C'est le moyen qu'a le maître de la mettre en scène. Mais l'évolution de la situation modifie le contrat qui permet alors l'obtention de situations nouvelles. » (1992, p 3). Certains élèves se lancent dans le calcul de 2^{50} bien que cela ne soit pas demandé : ils pensent très probablement, que c'est ce que la professeure attend d'eux. En effet, il est coutumier de demander en mathématiques de calculer (dans le sens : obtenir une valeur exacte).

En fait, trouver le chiffre des unités d'un nombre dont on connaît l'écriture décimale est un élément technique que les élèves maîtrisent à ce niveau de leur apprentissage.

C'est la première fois qu'il leur est demandé de déterminer le chiffre des unités lorsque le nombre est écrit sous une autre forme que l'écriture décimale. La technique connue se révèle donc être d'une portée insuffisante. La tâche demandée, qui de prime abord, a pu être considérée comme « routinière », s'avère donc être problématique, puisqu'il convient de créer une technique. L'intervention de Camille a comme objectif de faire saisir cela aux élèves autrement dit, de leur faire appréhender le fait c'est un moment de première rencontre. Alors, peut maintenant s'amorcer réellement le moment exploratoire.

4.4.3.2. Deuxième mise au point (22:05 à 27:06)

Les éléments de discours suivants justifient l'arrêt de la deuxième phase de recherche : « pour que vous essayez un peu d'avancer », « on s'enlise », « sinon on va s'enliser ». Il est intéressant de noter le glissement de l'utilisation du pronom « vous » (dans la première mise au point et le premier élément de la deuxième) au pronom « on ». Nous pensons qu'à ce moment, Camille réalise qu'il va falloir qu'elle intervienne pour « accélérer » l'avancement du temps didactique. Les interventions orales suivantes témoignent des choix opérés par la professeure pour faire avancer la recherche en sélectionnant les réponses qui vont dans ce sens: « je vous écoute qui a pensé avoir trouvé une piste ↗ », « Eliot on n'en parle pas » et, s'adressant à Thibaud, « comment tu peux calculer ↗ », « Tom lui qu'est-ce qu'il a fait ↗ ».

Par ailleurs, Camille invite les élèves qui ont présenté leur démarche à se justifier, à convaincre leurs camarades. Elle dit à un élève « comment tu peux en être certain ? je ne comprends pas est-ce que vous comprenez ce qu'il dit ? », puis s'adressant à un autre « je ne comprends pas ce que tu me dis » et encore « tu fais quoi pour me dire ça ? », puis s'adressant à Tom « vas-y explique ». Elle s'assure que les élèves suivent la démarche présentée, par exemple en disant à tous « votre camarade se préoccupe de quoi ? ». Le temps de parole accordé aux élèves est important. Ici, l'accent est mis sur la présentation de pistes et l'explicitation des idées qui ont émergé. On note bien que Camille ne veut pas que le résultat soit donné à ce moment-là. Pour preuve, elle interrompt Eliot qui s'apprête à annoncer la solution et relance le dernier temps de recherche : « je vous laisse terminer la recherche » (22:16). On remarque qu'à un moment de cette phase, Camille écarte une piste proposée (elle y reviendra ultérieurement).

4.4.3.3. Bilan (31:12 à 41:36)

« Bon c'est bon ou pas ? », « Guillaume tu as trouvé ou pas ? », « Bon alors justement on va voir » : ces éléments signalent la fin de la troisième phase recherche. Camille a attendu deux minutes supplémentaires pour que Guillaume aboutisse au résultat. Lors de cette synthèse, certains éléments du discours nous permettent de savoir ce qui guide Camille en termes de gestion des réponses et de présentation des différentes techniques trouvées. Tout d'abord, elle écarte les démarches qui ont consisté à « tout écrire » (nous sous-entendons par-là, l'écriture des 50 chiffres des unités des 2^n pour n allant de 1 à 50) et veut amener les élèves à identifier et à utiliser la division euclidienne de 50 par 4 (technique τ_1) : « dans ce que je vois... je vois que vous avez tous pris 2 exposant 1... Puis vous avez continué jusqu'à 2 exposant ? », « C'est un peu lourd. Aurore que suffit-il de faire ? », « donc tu as fait une autre méthode on va voir tout à l'heure tu la gardes », « bon je reprends comment faire pour ne pas écrire ça 50 fois ? », « oui mais on reprend on parle de cette méthode-là celle-là on verra tout à l'heure ça c'en est une autre », « l'opération dont parlait votre camarade c'était quoi vous faites des paquets de combien qui reviennent à chaque fois »

Dans un deuxième temps, Camille va guider le bilan vers la présentation de la technique τ_2 qui consiste à décomposer 2^{50} en produit de facteurs et utiliser le produit des chiffres des unités. « Matéo lui tu peux dire ce que tu fais ? », « Le chiffre des unités donc quand je fais des multiplications comme ça pour avoir le chiffre des unités c'est quoi ? c'est le produit de quoi ? des chiffres des unités ». Notons ici que cet élément de technique ne semble pas être connu ou du moins pas de manière consciente par les élèves. Bien que faisant partie intégrante du vécu mathématique des élèves, puisqu'ils l'utilisent dans les multiplications posées, ils ne semblent pas capables de l'extraire de la procédure globale, qui est complètement automatisée. Camille insiste à nouveau sur le fait qu'on n'a pas eu besoin de tout écrire : « Il a calculé que le chiffre des unités là il a pas tout calculé là ». Pour finir, elle va exhorter Guillaume à présenter sa technique qui relève de la technique τ_1 mais avec une longueur de cycle double (égale à 8). « Guillaume ? » (39 : 29) « donc toi tu avais bien vu la division euclidienne... il s'agit de ça l'opération de Aurore là vous entendez ce que disait Aurore ». Elle insiste encore sur la rapidité, sur le fait de trouver facilement : « et après faut trouver la méthode la plus rapide la plus judicieuse pour trouver facilement ce fameux dernier chiffre ».

Dans ce bilan, Camille a pris en considération les idées de 8 élèves. L'ordre de présentation des démarches obéit à une planification, établie en amont, semble-t-il, certainement pendant le travail de préparation de la séance mais aussi *in situ*. Elle met en avant, en la présentant en premier, la technique τ_1 . Ce bilan ne présente pas la méthode qui

$2^4 = 16$
 $2^5 = 32$
 $2^6 = 64$
 $2^7 = 128$
 $2^8 = 256$
 $2^9 = 512$

1: $2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512$
 $\rightarrow 10 \times 5$

2: $2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512$
 $50 \times 12 + 2$

3: $2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} = 2^{50}$
 $1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024$
 $\underbrace{4 \times 4}_{16} \times \underbrace{4 \times 4}_{16} \times 4 = 16 \times 16 \times 16 = 256 \times 4 = 1024$

$4 = 2 \times 2 = 4$
 $2^4 = \dots 6$
 $2^8 = \dots 2$
 $2^{50} = \dots 0$

87

élèves ont su réinvestir les règles de calcul (somme des exposants). Camille qualifie tout de même la séance de « bénéfique ». D'un point de vue purement quantitatif, un seul élève n'a écrit que la consigne et, parmi tous les autres (23) qui ont réalisé une production écrite, un seul n'a fait que reproduire des éléments vus au tableau. Ce constat va dans le sens d'un passage à l'écrit favorisé par ce type d'exercice. Par rapport aux effets déclarés, Camille a effectivement laissé un temps important de recherche « en autonomie » dans le sens où elle n'a à aucune reprise apporté de connaissances mathématiques mais a renvoyé les élèves en difficulté à la leçon (le cahier et le manuel étaient accessibles) pour revenir à la définition de la puissance d'un nombre. Le visionnage de la vidéo nous permet de savoir qu'une grande majorité d'élèves utilisent volontiers la calculatrice (Camille en prête même une à une élève qui n'en a pas) alors que l'on ne voit que deux élèves qui s'autorisent le recours l'un au manuel et l'autre au cahier. Là aussi, le contrat didactique passé n'est pas complètement suivi. Par ailleurs, malgré l'intention initiale de Camille, aucun débat n'a été lancé lors du bilan.

4.5.3. Revenons aux praxéologies professorales, et notamment à celle qui est constituée autour du type de tâches *T* : « développer la prise d'initiative chez l'élève ». Nous allons recenser les constats établis illustrant la technique mise en œuvre et émettre des hypothèses explicatives du point de vue du bloc « technologico-théorique ». Nous avons mis en évidence que dans les phases de recherche individuelle le nombre d'écrits regardés par Camille est important. Cet élément technique peut s'expliquer par la nécessité d'une prise d'informations importante et fine lors de la recherche des élèves. Cela est à mettre en relation avec le constat de la prise en compte par la professeure, lors des mises en commun, des différentes démarches qui ont émergé lors des phases de recherche. D'autre part, les élèves avec lesquels elle a eu des échanges individuels au cours des phases de recherche, sont ceux qui ont été sollicités le plus activement lors du bilan et qui ont vu leur démarche mise en avant. D'un point de vue technologique, cela pourrait être expliqué par la conception des TNGI de Camille. Nous pensons que pour cette dernière, elles sont l'occasion de travailler le moment exploratoire. Cela relève peut-être d'un principe plus général qui serait que l'on développe la compétence « apprendre à chercher » chez les élèves en leur présentant différentes techniques pour un même type de tâches, cela permettant d'ôter l'appréhension liée à l'existence d'une démarche unique.

La professeure accompagne les élèves en diffusant à la classe, certaines des pratiques mathématiques qui ont émergées. C'est le rôle principal de la mise en commun qui permet

de faire fructifier les réponses trouvées en les exprimant publiquement. Cependant, nous avons remarqué que Camille organise la mise en commun en respectant un ordre établi à l'avance par elle-même.

Cette façon d'agir nous semble être guidée par une pratique habituelle : dans le cadre de la correction d'un exercice d'application en mathématiques, en général une seule technique est proposée (soit parce qu'elle est unique, soit parce qu'elle est la plus efficiente). En quelque sorte, on peut dire que malgré l'originalité du travail, cet habitus d'enseignement ressurgit à ce moment-là.

En outre, on remarque que la phase d'institutionnalisation est très brève. Camille ne dégage des aspects métacognitifs que lors d'un échange avec la classe qui est amorcé par : « conclusion \nearrow est-ce que c'était difficile \nearrow ». Nous émettons l'hypothèse qu'intégrer un temps d'analyse réflexive en fin séance, ne fait pas encore partie intégrante de la technique de Camille.

En conclusion, nous retiendrons que les moments de l'étude principalement réalisés sont ici le moment de première rencontre et le moment exploratoire, ce dernier étant axé plus particulièrement sur l'émergence d'une technique.

D'autre part, au regard d'une part des gestes d'ajustements conduits par Camille lors de la séance et d'autre part, de la prise en compte importantes des idées et remarques des élèves, nous considérons qu'une certaine expertise s'est manifestée. Cependant, il semble que l'entité praxéologique constituée autour du type de tâches T soit encore en cours de construction, puisque certains habitus ont refait surface, en venant s'opposer aux intentions initiales.

4.6. Conclusion croisée des deux séances de Camille

Précisons que les éléments technologiques que nous proposons maintenant restent hypothétiques puisque nous n'avons pas questionné la professeure à ce propos lors des entretiens. Des éléments communs peuvent être dégagés des deux analyses précédentes. Ce qui nous semble être le plus significatif, en termes de technique, est d'une part l'intervention réduite dans les phases de recherche de la professeure, un étayage mais avec l'intention de ne pas « fermer » le problème et d'autre part une forte prise en compte des propositions personnelles des élèves dans la mise en commun.

La différence constatée dans la direction d'étude : dans un cas, l'apport d'une fiche d'aide et dans l'autre des « pauses » pour relancer le travail du groupe, atteste que Camille est dans un processus de transformation, elle élabore de nouveaux gestes. Nonobstant des

modalités de gestion différente, l'intention semble être identique : faire en sorte que tous les élèves s'approprient la tâche – en d'autres termes, assurer une bonne dévolution – et ainsi puissent produire des éléments de réponse avant d'être en mesure de comprendre les solutions proposées plus tard lors du bilan.

Nous avons identifié aussi, la part importante accordée par Camille à l'exploitation des réponses des élèves dans la mise en commun. À notre avis, le bloc technologico-théorique de l'équipement praxéologique de Camille contient l'élément suivant : « Pour que les élèves prennent des initiatives, il faut les laisser en autonomie didactique assez importante dans les phases de recherche, en les guidant exclusivement que d'un point de vue méthodologique. » Leur donner le maximum de place en s'appuyant sur les différentes productions, pour leur donner à voir différentes techniques lors de la mise en commun nous apparaît être aussi un élément technologique de l'équipement praxéologique de Camille. L'intention qui sous-tend l'ensemble de ces éléments de technique nous semble être que tous les élèves soient investis à la fois de la responsabilité de la recherche et de celle de la solution.

Chapitre 5. Les élèves : de futurs citoyens.

5.1. Éléments de méso-contexte

5.1.1. Nous allons maintenant passer au cas de Pascale, qui elle aussi nous a permis d'effectuer des observations dans ses classes. Pascale est aussi une enseignante expérimentée. En début de carrière, elle a enseigné trois ans en ZEP (zone d'éducation prioritaire) puis, dans le cadre d'une mise à disposition au ministère des affaires étrangères, elle a exercé pendant cinq ans en Croatie, en tant qu'institutrice. À la suite de cette expérience, elle a enseigné trois ans dans l'académie de Créteil avant d'être en poste en Haute-Garonne, depuis six ans maintenant. Cela fait maintenant trois ans qu'elle exerce dans le collège où elle nous reçoit, qui est situé au nord du département et possède une équipe de mathématiques composée de quatre professeurs.

5.1.2. Pascale a assisté à la journée pédagogique organisée par les IPR de l'année scolaire 2011-2012, mais pas à celle de 2012-2013 (voir le paragraphe 2.5.1) et nous pensons que cela a modifié son rapport personnel à l'objet TNGI. Cette année, l'intégration de cet objet dans ses pratiques en classe est effective à tous les niveaux de classe dont elle a la charge. D'après ses réponses au questionnaire diffusé, le nombre de TNGI proposées est plus important en 3^e (six pour cette année scolaire) et se situe entre un et cinq en 6^e et en 5^e. Notons aussi qu'en classe de 3^e, les devoirs à la maison donnés par Pascale sont en majorité constitués de trois exercices dont un est une TNGI.

Pour situer plus précisément son rapport à l'objet, citons ce que Pascale a écrit quant aux raisons qui l'amènent à en proposer en classe : « essayer par des chemins moins scolaires de résoudre un problème, un exercice et raccrocher certains élèves, sortir des savoir-faire classiques, se questionner, essayer, se tromper (apprendre à rebrousser chemin car le raisonnement choisi n'est pas concluant). »

5.2. La séance du 2 avril 2013

5.2.1. Commençons par quelques éléments de micro-contexte. La classe observée est une classe de 3^e, qui comporte 23 élèves. Pascale dit de ses élèves qu'ils ont un niveau satisfaisant en mathématiques. La séance que nous avons observée s'est déroulée le 2 avril 2013 et tous les élèves étaient présents.

5.2.2. Pascale commence toutes les séances par un rituel, qu'elle nomme « calcul du jour » ; lors de cette séance, avant le travail spécifique lié à la TNGI, les élèves ont donc eu des calculs à effectuer : il s'agissait de travailler des expressions contenant des radicaux. Précisons que lors de cette année scolaire, les élèves ont déjà étudié des TNGI et que le chapitre qui vient d'être clos portait sur les racines carrées. Le corpus de cette séance (cf. Annexe 9) est composé de la retranscription de l'entretien *ante* avec le professeur, de la séance enregistrée et l'entretien *post* qui a eu lieu immédiatement – ce qui, de ce fait, nous donne des informations sur le ressenti « à chaud ». Un entretien informel et non enregistré a eu lieu deux mois après la séance et nous y ferons référence à l'occasion. Par ailleurs, nous avons à notre disposition certains énoncés parmi les six TNGI proposées par Pascale aux élèves de cette classe ainsi que les réponses des élèves à un questionnaire que nous leur avons proposé et dont la trame est donnée en annexe (cf. annexe 10).

5.2.3. Dans l'entretien qui a eu lieu juste avant la séance, nous avons relevé des éléments permettant d'identifier les effets attendus par Pascale. D'une part elle souhaite développer l'esprit critique des élèves comme l'atteste ce propos : « je veux qu'ils réfléchissent <2> qu'ils soient amenés à se poser des questions <2> avoir un regard critique donc par rapport à ce qu'ils peuvent lire aussi <1> donc c'est l'exercice que j'ai choisi cette après-midi <1> d'avoir un regard critique sur un slogan qui portait sur la vie <heu> courante en fait <3> ». D'autre part, d'une manière plus générale, elle veut inciter les élèves « à essayer » c'est-à-dire à mettre par écrit des éléments de recherche, même s'ils n'aboutissent pas. Elle voudrait que les élèves n'aient plus « peur <bé> de chercher, de se tromper <heu> et voilà <1> d'essayer, d'essayer de se dire que si on n'y arrive pas eh bien ce n'est pas grave on a essayé quoi <1> voilà <1> de plus avoir une feuille blanche <1> éviter la feuille blanche ».

Dans sa réponse au questionnaire adressé aux professeurs, elle donne une petite liste des avantages de proposer des TNGI : « autonomie, recherche de questions intermédiaires, se poser des questions, construire un raisonnement, essayer des pistes, les comparer entre les élèves ».

5.3. Analyse de l'enjeu de l'étude

5.3.1. L'énoncé de la situation à étudier figure sur une fiche distribuée aux élèves, qui est reproduite ci-dessous (Figure 38) :

Activité : Une chance sur deux

Sur le recto d'un ticket de jeu à gratter « Une chance sur deux ! », coûtant 3€, on peut lire ceci :

3€ ☆ Une chance sur deux ! ☆ 3€

Une chance sur deux de GAGNER ! ☆

Vous avez gagné :

Partie à gratter : XXXXXXXXXX

☆ Voir règlement au dos : XXXXXXXXXX ☆

Sur le verso de ce ticket, on peut lire ceci :

Ensemble des lots proposés au jeu

« Une chance sur deux » :

Sur 750 000 tickets : 232 749 lots de 2€
121 000 lots de 4€, 15 000 lots de 15€
3 750 lots de 40€, 2 500 lots de 100€ et 1 lot de 1 000€

Que penses-tu de ce slogan et du titre de ce jeu ?
Explique ton raisonnement en présentant ta démarche et tes calculs.

Figure 38

Dans cet énoncé qui leur est distribué, il est demandé aux élèves de se positionner par rapport à une affirmation contenue à la fois dans le slogan, « une chance sur deux de gagner », et le titre du jeu, « une chance sur deux » : voici la *tâche coche* ✓ qu'ils doivent accomplir, pour reprendre les éléments que nous avons introduit au paragraphe 3.3.2, autour de la notion de *situation du monde*. Cette tâche, qui consiste à émettre un avis sur une affirmation, revêt un caractère inédit pour les élèves et, pour l'étudier, ils vont avoir à élaborer un modèle, dégager la question à examiner et travailler le modèle pour ce faire, avant de revenir à la situation et de fournir une réponse à la tâche coche.

Notons tout d'abord que, *a priori*, cette situation semble relever du secteur des probabilités et reproduisons l'extrait du programme de la classe de 3^e concerné, qui dépend du domaine « 1. Organisation et gestion de données, fonctions » :

CONNAISSANCES. **1.4. Notion de probabilité** // [Thèmes de convergence]

CAPACITÉS. – Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité. // – Calculer des probabilités dans des contextes familiers.

COMMENTAIRES. La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes, etc.). // La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante. Les situations étudiées concernent les expériences aléatoires à une ou à deux épreuves.

Signalons aussi que le chapitre traitant des probabilités ainsi que celui de statistique ont été traités plus tôt dans l'année par Pascale.

5.3.2. Revenons à la situation et essayons de voir pourquoi le titre du jeu est « Une chance sur deux » et aussi pourquoi le slogan affirme « Une chance sur deux de gagner ». Notons que le verso du ticket nous indique que 750 000 tickets sont proposés au jeu et fournit la répartition, que nous présentons dans le tableau :

Montant du lot	2 €	4 €	15 €	40 €	100 €	1 000 €
Nombre de tickets	232 749	121 000	15 000	3 750	2 500	1

Un rapide calcul nous apprend que l'on a ainsi 375 000 tickets, et donc qu'il reste 750 000 tickets – 375 000 tickets = 375 000 tickets qui ne donnent pas droit à un des lots (on dira que le montant du lot est 0 €). Autrement dit on a le tableau suivant :

Montant du lot	0 €	2 €	4 €	15 €	40 €	100 €	1 000 €
Nombre de tickets	375 000	232 749	121 000	15 000	3 750	2 500	1

La proportion de tickets qui permettent d'avoir un lot dont le montant est supérieur au prix d'achat du ticket est donc :

$$P_1 = \frac{121\,000 + 15\,000 + 3\,750 + 2\,500 + 1}{750\,000} = \frac{142\,251}{750\,000} \approx 0,189668.$$

Cette proportion est donc nettement inférieure à 0,5 (valeur qui correspondrait à « une chance sur deux »). Mais pourquoi une chance sur deux ? Notons que le calcul effectué précédemment a mis en évidence que la moitié des tickets correspondait à l'obtention d'un lot (2 €, 4 €, 15 €, 40 €, 100 € ou 1 000 €) : la proportion des tickets permettant d'obtenir un lot est bien alors égale à 0,5 :

$$P_2 = \frac{375\,000}{750\,000} = 0,5.$$

On voit que les organisateurs du jeu jouent sur le sens attribué au mot « gagner », qui peut se comprendre de deux façons : « “gagner” de l'argent », dans le sens où l'on a *un gain*

non nul, ou bien « “gagner” une somme supérieure au prix du ticket », dans le sens où l’on le montant du lot est supérieur au prix du ticket qui, rappelons-le, est de 3 €. Notons à ce propos qu’aucun ticket ne permet d’obtenir un lot d’un montant d’exactly 3 €. Cela aurait créé une difficulté qui, d’emblée, a été évacuée par le concepteur de l’énoncé.

5.3.3. Terminons avec quelques remarques sur le choix de la TNGI. En lien avec la définition que nous avons retenue d’une TNGI, un des éléments de la technique est le calcul d’une proportion et nous noterons que l’enjeu de savoir étudié ici est déjà « connu » des élèves. Mais c’est la démarche dans toute sa globalité, avec la modélisation, puis le travail du modèle et le retour à la situation qui fait la difficulté de cette tâche.

Le choix de cet exercice témoigne d’un investissement personnel visible ici par le travail de recherche que Pascale a effectué concernant les ressources présentées lors de la journée pédagogique d’avril 2012. En effet, la situation « Une chance sur deux » (cf. Annexe 11) – qui fait partie de la « Banque de situations d’apprentissage et d’évaluation pour la compétence 3 », comme nous l’avons vu – ne fait pas partie des fiches qui ont été présentées lors de cette journée pédagogique. Pascale s’est donc saisie des recommandations institutionnelles et a choisi elle-même une autre situation. Notons que la fiche propose cette situation comme introduction de la notion de chance et de probabilité : dans la rubrique « modalités gestion de classe », il est indiqué « Travail en classe. Possible introduction de la notion de chance et de probabilité. » Ici, comme nous le verrons Pascale fait le choix de le rattacher au chapitre « Probabilité ».

Par ailleurs, il est intéressant de relever que les cinq autres TNGI proposées au cours de l’année par Pascale ne sont pas des situations issues de la banque de situations d’apprentissage. Notons qu’elle a choisi de présenter le jour de notre présence en classe, un énoncé de cette banque de données, qui est approuvée par l’institution que représente le corps des inspecteurs de l’académie de Toulouse. Les autres énoncés proviennent de manuels scolaires ; trois sont reproduits ci-dessous à titre d’exemples. Pour deux de ceux-là, la mention « prise d’initiative » est présente, l’autre est estampillé « tâche complexe », avec la mention supplémentaire « pratiquer une démarche scientifique » en lien avec la compétence 3 du socle commun.

Prise d'initiatives

50 SC Frédéric a acheté un appartement avec un grenier qu'il peut aménager. Une fois les travaux effectués, quelle nouvelle superficie pourra-t-il revendre en loi Carrez ?

Consignes

- Vous répondrez à cette question en exploitant les documents suivants.
- Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

Doc. 1 Schémas du grenier

Voici deux schémas annotés des mesures qu'il a pu effectuer sur place.

Schéma du sol

Vue du grenier

Doc. 2 Extrait de la loi Carrez

Décret du 23 mai 1997, article 4-1

La superficie de la partie privative d'un lot ou d'une fraction de lot mentionnée à l'article 46 de la loi du 10 juillet 1965 est la superficie des planchers des locaux clos et couverts [...]. Il n'est pas tenu compte des planchers des parties des locaux d'une hauteur inférieure à 1,80 m.

Voir indications pour l'évaluation p. 308.

Figure 39. Extrait de la page 245 du manuel Zénius 3^e édition 2012

SOCLE Tâche complexe

99 Réussir son atterrissage

LA SITUATION-PROBLÈME

Lionel a commencé sa descente, qui doit être rectiligne, pour atterrir sur l'aérodrome de Sallanches. Aidez-le à décider s'il ne risque pas d'accrocher les arbres qui sont devant la piste et à calculer le temps qui lui reste avant d'atterrir.

Pratiquer une démarche scientifique

- Réaliser une construction géométrique.
- Distinguer les informations qui demandent un traitement.
- Adapter une méthode à une situation proche.
- Mener un raisonnement.

Doc. 1 : Trajectoire d'approche de Lionel

Doc. 2 : Données propres à cette manœuvre

- Altitude de l'assiette de descente (point D) : 2 700 pieds.
- Altitude de l'aérodrome : 1 700 pieds.
- Hauteurs des arbres (point M) : 15 m.
- Dimensions de la piste : 600 m × 20 m.
- La piste étant courte Lionel doit se poser au point A.

Doc. 3 : Vitesse

La vitesse préconisée pour l'approche et pour l'atterrissage est de 120 km/h.

LES SUPPORTS DE TRAVAIL

Calculatrice, tableur.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Figure 40. Extrait de la page 245 du manuel Transmath 3^e édition 2012

Prendre des initiatives

41 Valère et Annie ont sept petits-enfants, dont la moyenne d'âge est 15 ans. L'âge moyen des deux grands-parents et de leurs petits-enfants est 28 ans. Quel est l'âge de Valère, qui a 3 ans de plus qu'Annie ?

Figure 41. Extrait de la page 24 du manuel transmath 3^e édition 2012

L'énoncé de deux de ces exercices comporte des documents (au nombre de deux pour l'un et trois pour l'autre). À notre connaissance, sur la forme, ces énoncés détonnent de ceux habituellement proposés en mathématiques. Nous faisons le rapprochement entre cette présentation et celle observée très fréquemment en histoire et géographie, dans les activités de découverte comme l'illustre l'exemple suivant (extrait du manuel Nathan, 6^e) (Figure 42).

Découvrir

Les tombeaux de Gizeh en Égypte

■ À proximité du Caire, sur le plateau de Gizeh, on peut voir aujourd'hui les plus grandes **pyramides** d'Égypte, et autour, de nombreuses tombes. Construits au III^e millénaire avant J.-C., ces tombeaux sont les demeures d'éternité des pharaons et de leur entourage.

► **Que nous apprennent les tombeaux de Gizeh ?**



2 Le pharaon dans la pyramide

Les décors des murs du temple d'en haut et du temple d'en bas montrent le roi en personne adorant tous les dieux d'Égypte, de son vivant et après sa mort. Mais le corps du roi repose dans la pyramide. Il est à la fois dans son caveau et parmi les étoiles pour accompagner le soleil dans sa course céleste. Le roi est fils du soleil, le dieu Rê. Il rejoint les dieux après sa mort.

D'après Jean Vercoutre, *Égyptologie*, 2000, p. 295, mai 2005.



Vocabulaire

Hiéroglyphes (du grec hieros, sacré, et glyphéin, graver) : caractères formés d'images représentant un personnage, un objet, une action, un son...

1 À l'intérieur d'un tombeau

La princesse Héhotep, fille du pharaon Khéops, dans sa chambre funéraire. Selon les croyances, les aliments représentés (riche de viande, vases, etc.) lui permettent de continuer à vivre dans l'au-delà.

Cléopâtre, vers 2000 avant J.-C., 375 cm de hauteur, musée du Louvre, Paris.



4 Les tombeaux de Gizeh (2556-2480 avant J.-C.)

3 La construction des pyramides

Khéops fit travailler les Égyptiens pour lui. Les uns furent occupés à fouiller les carrières des montagnes d'Arabie, à traîner de là jusqu'au Nil les pierres qu'on en tirait et à faire passer ces pierres sur des bateaux de l'autre côté du fleuve ; d'autres les recevaient et les transportaient jusqu'à la montagne de Libye. On employait, tous les trois mois, cent mille hommes à ce travail.

On passa dix années à construire la chaussée par où l'on devait traîner les pierres. La pyramide coûta vingt années de travail. Elle est carrée : chacune de ses faces a huit plethres de largeur (237 m sur autant de hauteur) ; ses pierres sont polies, jointes ensemble. Pas une n'a moins de trente plethres (9 m).

Hérodote, *L'Égypte*, V^e siècle avant J.-C. ; J. Arnoux, *sculpture, architecture, ingénierie* ; *l'égypte qui change* la corde au pharaon.

5 Reconstitution des tombeaux de Gizeh

1 Pyramide de Khéops. 2 Pyramide de Khéphren. 3 Temple haut, pour les offrandes au dieu Rê (Soleil) et au pharaon défunt. 4 Mastabas : tombeaux de la famille du pharaon (le nouveau Héhotep) et des fonctionnaires. 5 Temple bas et qui se situe le pharaon dans sa barque, après sa dernière traversée du Nil.

Questions

Je me situe dans l'espace et le temps

1 Où se situent les tombeaux de Gizeh ? Quand ont-ils été construits ?

Je décris et j'explique

2 Docs 1 et 3. Nommez les différents monuments de Gizeh. Quelle est leur fonction ?

3 Doc 3. Montrez que la construction des pyramides est un gigantesque chantier. Qui y participe ?

4 Doc 1. Selon les Égyptiens, comment Héhotep pouvait-elle continuer à vivre après la mort ?

5 Doc 2. Qu'arrive-t-il au pharaon après sa mort ?

Je raconte

6 De retour à Ur en Mésopotamie, un marchand raconte ce qu'il a vu à Gizeh.

Figure 42

Dans ce cas, cinq documents sont présentés, suivis de questions s'y référant. On remarque que, les documents à prendre en compte pour chaque question sont indiqués, ce qui n'est pas le choix des auteurs du manuel de la collection *Transmath* dans la présentation du travail à réaliser dans le cadre de « tâche complexe ».

5.4. Le déroulement de la séance

5.4.1. La séance complète a duré 55 minutes et l'enregistrement 43 minutes. En tout début de séance Pascale en présente le déroulement : « On va travailler sur un problème ouvert aujourd'hui je vais d'abord vous lancer sur un petit calcul manière de vous mettre en route et ensuite on fait comme d'habitude je vous donne un petit sujet avec <heu> voilà vous réfléchissez individuellement on verra après comment on va le faire selon évidemment vos productions déjà écrites on verra comment on poursuivra est-ce qu'on le fait à 2 est-ce qu'on le fait à 4 ↗ on verra ↘ d'accord ↗ ça va être selon voilà ce que vous allez pouvoir écrire un petit peu sans stresser évidemment ↑ ». À la suite d'une remarque d'une élève (Marion) faisant part de son « état de stress » (c'est le terme qu'elle a employé), la professeure apporte des précisions quant à sa présence en classe : « Mme Marfaing travaille sur la pédagogie et les problèmes ouverts donc voilà comme c'est tout nouveau et que <1> comme je vous l'ai dit le brevet allait porter sur au moins un exercice de problème

98

ouvert avec “toute trace écrite...” vous savez la fameuse phrase “toute trace écrite sera prise en compte dans l’évaluation, etc...” donc ça vous êtes au courant <2>c’est juste pour travailler là-dessus et voir la réaction des élèves <1> est-ce que voilà <1> est-ce que ça fait peur ↗ est-ce que ça suscite des écrits <1> est-ce que justement ça n’en suscite pas ↘ bon <1> c’est juste un travail là-dessus <1> vous êtes tranquilles ». Nous notons qu’à plusieurs reprises, Pascale emploie l’expression « problème ouvert » et non pas « exercice à prise d’initiative », expression que nous avons utilisée lors du premier contact que nous avons eu avec elle pour lui présenter notre travail et qui est aussi celle utilisée par les formateurs lors des journées pédagogiques.

Nous avons adopté la même méthodologie d’analyse, basée sur un découpage en unités didactiques, que pour les deux séances de Camille – la différence étant que nous n’avons à notre disposition que l’enregistrement *sonore* de la séance. Dans ce qui suit, nous présentons les différentes phases, à partir du moment où la TNGI débute (10:26), en distinguant trois temps : la présentation de la tâche (10:26 à 13:00), la recherche individuelle des élèves (13:07 à 25:33) et la mise en commun des réponses (25:33 à 45:16).

Pascale met fin au travail précédant et lance l’activité liée à la TNGI par l’injonction « allez on va faire donc une petite activité ↘ vous prenez votre cahier de brouillon ou évidemment votre cahier d’exercices <1> vous avez droit de faire vos recherches dessus <1> y a pas de souci » (10:26). À la suite de quoi, elle distribue la fiche comportant l’énoncé : les élèves la lisent en silence, puis la professeure en fait elle-même une lecture orale avant de préciser à nouveau qu’il faut expliquer le raisonnement et de faire le lien avec la compétence présenter la démarche suivie : « bon il faut que vous soyez capable c’est une compétence de présenter votre raisonnement la démarche que vous avez suivie ». (12:09).

S’ensuit une phase de recherche individuelle pendant laquelle Pascale circule dans les rangs, regarde ce que les élèves ont écrit, répond aux questions. Les échanges se font principalement localement. À deux reprises, elle passe d’une scène locale à la scène collective (le niveau sonore de la voix l’indique et nous avons relevé cela par écrit lors des observations *in situ*), d’abord après 9 minutes de recherche, « quand on parle de chance on parle de quoi ↗ quand est-ce qu’on a vu ce mot-là ↗ le mot chance ↗ » (19:08) – ce à quoi plusieurs élèves répondent : « en proba » « probabilité » –, puis 1 minute plus tard, « il va falloir qu’on réfléchisse sur le s il va falloir qu’on réfléchisse sur le sens du mot ↗sens du mot ↗ » (20:15) – les élèves terminent alors sa phrase en lançant le mot « gagner ».

Très peu de temps après cet échange, Pascale demande aux élèves de se mettre par deux : « vous essayez de vous mettre par deux pour voir un petit peu ce que vous avez... » (21:27) – notons que la fin de la phrase reste en suspens. La phase de recherche reprend alors jusqu’au moment où Pascale annonce : « alors on va regarder <1> donc on a certains qui ont trouvé que le... je vais effacer ça déjà » (25:33). La mise en commun des réponses des élèves se terminera par : « allez vous gardez ça quand même\ vous le mettez en <1> ah oui jeudi vous avez encore le devoir maison mais bon\ allez on va reprendre donc <1> c’est bon là pour tout le monde » (43:39). Dans le contexte, le mot « reprendre » se réfère aux devoirs donnés.

5.4.2. Centrons-nous maintenant sur le repérage et l’étude des gestes d’ajustement dans l’action. Dans ce qui suit, nous essayons de dégager des éléments qui caractérisent la technique mise en œuvre par Pascale avec un grain d’analyse ciblé sur *l’ajustement*, c’est-à-dire l’adaptation d’un geste professionnel aux contingences et aux contraintes de la situation.

Commençons par l’analyse de la phase de recherche. Comme nous l’avons indiqué dans le découpage, cette phase de recherche comporte une phase dans laquelle les élèves cherchent individuellement et une autre où ils travaillent à deux (ou trois). Pascale se comportant de manière identique dans les deux cas, nous les analysons ensemble. Tout le temps de la recherche, la professeure circule dans la salle et les élèves n’hésitent pas à la solliciter. Pour prendre un exemple, lorsqu’un élève lui dit qu’il ne sait pas comment s’y prendre, Pascale lui apporte une aide sous la forme d’un questionnement « qu’est-ce que c’est le slogan ↗ » puis « une chance ça vous fait penser à quoi ↗ » (16:03) (Pascale vouvoie ses élèves). L’élève ne semble pas savoir (il ne répond pas) mais Pascale ne lui apporte pas la réponse attendue qui était, selon toute vraisemblance au regard de ce qui suit, « les probabilités ».

Les deux interventions de Pascale à destination de la classe ont lieu après une dizaine de minutes et leur nature est révélatrice d’une volonté de faire avancer le temps didactique. Nous voyons en cela un geste d’ajustement, une aide à démarrer, sans apporter de contenus mathématiques, sans dévoiler d’éléments techniques. Nous interprétons le premier conseil « quand on parle de chance on parle de quoi ↗ quand est-ce qu’on a vu ce mot-là ↗ le mot chance ↗ » (19:08), comme un élément de technologie de l’équipement praxéologique de cette professeure qui pourrait se formuler ainsi, « chercher signifie essayer de faire le lien avec des notions vues en cours ». Elle avait déjà incité un élève à aller dans ce sens (16:03)

et cet élément sera confirmé plus tard, lors de la mise en commun, par le fait de demander à Théo de présenter sa démarche à la classe, qui est basée sur un calcul de probabilité.

Sur les scènes locales individuelles ou en binômes, Pascale interroge les élèves sur leur démarche en les incitant à verbaliser ce qu'ils ont écrit : à l'un d'entre eux, elle demande « vous alors vous qu'est-ce que vous faites ↗ » (17:42) et à un autre « qu'est-ce que vous avez fait ↗ » (19:45). Au cours de la recherche, l'étayage est ciblé sur l'orientation du travail dans une direction précise. Les élèves travaillent dans une autonomie didactique relative, avec une présence physique importante de la professeure.

Intéressons-nous maintenant au geste professionnel qui consiste à mettre les élèves par deux (ou trois) : nous voyons aussi dans cette décision un ajustement visant faire avancer le temps didactique : il intervient environ un quart d'heure après le début du travail. C'est donc un élément de la gestion de la chronogenèse de la séance. Reprenons ses dires de tout début de séance : « ensuite on fait comme d'habitude je vous donne un petit sujet avec heu voilà vous réfléchissez individuellement on verra après comment on va le faire selon évidemment vos productions déjà écrites on verra comment on poursuivra est-ce qu'on le fait à 2 est-ce qu'on le fait à 4 ↗ on verra <1> d'accord ↗ ça va être selon voilà ce que vous allez pouvoir écrire un petit peu sans stresser évidemment ». Cela montre qu'elle ne souhaite pas décider à ce moment-là des modalités de travail, et qu'elle se laisse ainsi la possibilité d'ajuster en fonction de la qualité de la production des élèves, de leur implication. Cette prise de décision nous semble être pilotée par sa remarque sur le sens du mot « gagner » (20:15). Des échanges vont favoriser la prise de conscience des différentes interprétations possibles du mot gagner, ce qui semble être son intention didactique, sa logique d'arrière-plan.

Par ailleurs, nous retiendrons comme fait marquant de cette séance, l'échange entre Pascale et plusieurs élèves, qui suit la remarque de la professeure « donc il faut faire attention d'accord ↗ quel est un peu le bilan que l'on peut en faire de ces jeux ↗ de ces slogans un petit peu ↘ (36 :51) » et qu'elle complète un peu plus tard en disant « eh oui c'est pour ça qu'il faut se poser la question vous allez être des adultes il va falloir être un peu plus responsables avoir un regard un peu plus critique par rapport à ça ↘ d'accord ↗ » (37 :12). Elle va de plus, faire un parallèle avec une situation réelle « c'est comme <1> pareil la société de jeu la française des jeux pour ne pas la citer qui <heu> quand elle donne son slogan-là 100 % des gagnants ont tenté leur chance slogan qui a fait quand même... tout le monde connaît ↗ hein ↗ » (37 :20). Nous voyons ici poindre la volonté de

pousser les élèves à se projeter dans leur vie d'adulte, d'adopter une posture de citoyen. Et, c'est l'occasion de leur faire prendre conscience que les mathématiques fournissent des outils pour comprendre et faire face à des phénomènes, pour *in fine* prendre les « bonnes » décisions.

Dans l'article intitulé « Préparer les jeunes à un monde problématique » présent dans le dossier « Apprendre au XXI^e siècle » des cahiers pédagogiques, Michel Fabre s'interroge : « Mais comment introduire les jeunes dans un monde problématique sans qu'ils apprennent à problématiser ? ». Il avance que faire problématiser les élèves est une tâche qui incombe aux éducateurs, reconnaît qu'elle est difficile et conclut en affirmant : « À nous de trouver les modalités pédagogiques les plus favorables à cet apprentissage de la pensée, pour donner à nos élèves des boussoles et des cartes, les outils intellectuels de leur avenir » (2012, p. 109). Nous pensons que c'est avec une intention proche de celle énoncée par M. Fabre, que Pascale a choisi de proposer à ces élèves la situation « une chance sur deux ».

5.4.3. Passons à l'analyse du bilan en termes de choix des élèves désignés. Nathan et Marion sont désignés pour se rendre au tableau et proposer leur solution respective, dont la conclusion diffère. Selon les dires de Pascale dans l'entretien *post*, Nathan est un élève de niveau faible, « par exemple l'élève là Nathan qui est un élève en difficulté plus plus plus plus plus » (00:21) et Marion est une élève « sérieuse » – c'est elle qui se disait stressée par notre présence en classe. Notons que Pascale a choisi des élèves volontaires et que son parti pris d'envoyer deux élèves au tableau simultanément a pour objectif de faire émerger une analyse comparative des deux propositions. La décision quant au slogan d'une part et au titre du jeu d'autre part est prise en se référant à la moitié de 750 000 : les deux techniques sont proches et on peut les décrire ainsi :

- Déterminer le nombre de tickets qui rapportent de l'argent
- Relever le nombre total de tickets
- Calculer le quotient du nombre de tickets qui rapportent de l'argent par le nombre total.

Cela dit, les deux conclusions sont divergentes : Nathan n'ayant pas pris en compte le prix d'achat d'un ticket, il conclut en écrivant la phrase au tableau que « le slogan est bien et le titre est attirant parce que ce ne sont pas des mensonges ». C'est en s'appuyant sur la donnée supplémentaire prise en compte par Marion que Pascale amène la réflexion sur le sens du mot « gagner », de l'expression « tickets gagnants ». En termes d'équipement praxéologique on peut émettre l'hypothèse que Pascale choisit de s'appuyer sur les deux réponses pour dégager l'élément « prise en compte de toutes les données ». Pour preuve, la professeure interroge la classe à propos de la solution de Nathan : « donc ici vous d'après

vous quand il obtient sa probabilité il dit bien que le slogan est donc <heu> bien et c'est donc vrai que le titre est attirant <1> est-ce que maintenant il a pris en considération toutes les données ↗ » (33:27). Puis elle s'adresse à Nathan (en parlant de Marion) : « qu'est-ce qu'elle a considéré en plus comme données Nathan ↗ est-ce que vous le voyez-vous la différence ↗ quoi la différence ↗ qu'est-ce qu'elle a apporté en plus dans son raisonnement ↗ » (33:39).

Elle demande alors à Marion d'explicitier son raisonnement. Notons qu'en début de recherche, Pascale a déjà donné comme conseil à un élève « il faut essayer de lire toutes les données » (15:18) et a renvoyé un feed-back positif à un autre « ah ↑ vous êtes rendu compte qu'il y a une donnée qui était quand même utile là » (20:08). C'est la confrontation des démarches de Nathan et de Marion qui de façon naturelle amène « sur le tapis » un débat sur le sens que l'on donne au mot « gagner » et ses implications. Nous notons que ce débat s'engage au sein de la classe : plusieurs élèves autres que les deux protagonistes présents au tableau interviennent. La divergence des deux points de vue est fructueuse pour ce qui est des échanges de points de vue. Ce débat est clos par la remarque suivante apportée par un élève « on a une chance sur deux de gagner un lot mais on n'a pas une chance sur deux de gagner de l'argent↘ »(35:04), remarque qui est reformulée puis prolongée ainsi par la professeure : « voilà on a une chance sur deux de gagner un lot il va falloir jouer sur les termes ici sur les mots une chance sur deux de gagner un lot par contre tous les lots ne sont pas.↘ ne rapportent pas forcément un gain d'argent <2> donc ici qu'est-ce qu'il aurait été judicieux de faire presque ↗ quelqu'un pourrait-il ↗ » (35:07).

On voit poindre ici l'intention de Pascale d'amener les élèves sur « le terrain » des probabilités. Elle s'appuiera sur Théo, qu'elle sollicite pour aller écrire le calcul de la probabilité correspondant au tableau : « heu Théo est-ce que vous voulez me faire le calcul s'il vous plaît de la probabilité que vous m'avez donné à l'oral là sur heu » (37:42). Lorsque Théo a achevé son calcul, Pascale indique aux élèves : « demain je vous donnerai un petit prolongement parce que j'en vois plein chercher <euh> la somme d'argent que va récupérer la société de jeu donc je vous donnerai un petit prolongement y en a qui s'amusent à le faire là donc en fait qui m'appellent pour me dire toute toute la somme d'argent que la société de jeu va empocher on fera un petit prolongement d'accord ça donnera un petit devoir maison comme ça vous travaillerez dessus↘ » (39:52).

En effet, lors de la recherche, Pascale s'est rendu compte qu'un élève avait calculé le montant de la vente des tickets à la société de jeu. Notons à ce propos que l'élève considère implicitement que tous les tickets ont été vendus L'échange est assez long (relativement

aux autres échanges), il a lieu au entre les temps 17:24 et 19:08 et précède un passage à la scène collective. Par un questionnement Pascale amène l'élève à changer de point de vue, l'aiguille pour passer de la vision du vendeur à celle de l'acheteur et ainsi s'orienter vers un raisonnement en termes de probabilité : cet étayage se fait sans feed-back négatif, et sans apport d'éléments de réponse de la part du professeur. Nous le reproduisons ci-dessous :

E : Madame ↗

P : oui

P : vous alors vous qu'est-ce que vous faites ↗

E : sachant qu'un ticket ça fait trois € pour pouvoir <inaudible> alors 750 000 tickets à trois € alors je calcule <2> plus 232 749

P : à quoi correspond cette somme ↗

E : ça c'est quand on achète sachant que si on achète tout ça <inaudible> à trois euros ça fait tout ça si on achète 750 000

P : là on vous demande lisez bien la consigne d'accord on ne vous demande pas si vous dépensez <1> si on achète 750 000 tickets à 3 € qui va gagner cette somme ↗

E : les gens le vendeur.

P : le vendeur <1> mais quand on parle d'une chance sur 2 de gagner on s'adresse à qui ↗ on s'adresse au vendeur ou ↗

E : au vendeur

P : au vendeur ou à l'acheteur ↗

E : à l'acheteur à l'acheteur donc il va falloir se placer du point de vue de ↗

E : du vendeur non de l'acheteur.

P : de l'acheteur là on est vis-à-vis de là on a un regard critique par rapport à si on se place en tant qu'acheteur.

E : c'est le vendeur qui a une chance sur deux de gagner

P : est-ce que vous pouvez pas vous placez déjà sur heu vous êtes acheteur vous achetez un ticket

E : je sais pas moi j'ai une chance sur deux

P : trois fois 750 000 euros là c'est la somme d'argent que l'entreprise quoi que la société de jeu va gagner en vendant 750 000 tickets

E : heu

Plus tard dans la séance, Pascale prend la décision de proposer un prolongement, décision que nous interprétons comme un geste d'ajustement dans l'action. De fait, le calcul du montant total gagné par la société de jeux, n'a pas été évoqué lors de la mise en commun, Pascale le prend en considération de cette façon, c'est un ajustement différé. Il est

intéressant de relever que dans la rubrique « Approfondissement et prolongement possibles » de la fiche de la banque de situation d'apprentissage, on a : « Propose une nouvelle répartition des lots qui respecte le slogan tout en permettant aux organisateurs du jeu de réaliser un bénéfice ». Nous savons que Pascale a réalisé sa préparation à l'aune de ce modèle, elle avait donc réfléchi à l'aspect « bénéfice réalisé par les organisateurs ».

En fin de séance, une élève (Lorette) fait part de son travail à Pascale qui s'en empare et le communique à la classe, ce qui lui permet de revenir sur la notion d'événement contraire. À ce propos, on remarque que c'est un élève qui reprend la terminologie « non A ». Cette communication, qui est faite à toute la classe, est un autre élément qui atteste de l'intention de faire le lien avec les notions vues en cours.

Par ailleurs, le souci d'apprendre aux élèves à « rédiger » est pris en compte par la demande « alors prenez le cahier de textes pour heu jeudi on va le faire\ 4 avril\ vous me vous me prendrez bon ce que vous avez fait d'accord ↗ vous me rédigerez si vous voulez vous allez améliorer la rédaction\ » (42:07).

5.4.4. Mettons maintenant en parallèle, les effets attendus par la professeure et les effets déclarés lors de l'entretien *post*. Au regard du questionnement que cela a provoqué, Pascale semble assez satisfaite de cette séance. Elle note l'implication des élèves dans la tâche « j'ai trouvé que tout le monde avait fait quelque chose <2> qu'ils s'étaient tous interrogés » (00:05) « et après tout le monde a écrit quelque chose » (00:21) et en particulier celle d'un élève en difficulté (Nathan) qui a cherché, a écrit, a essayé « mais je l'ai trouvé vachement intéressant <1> ça m'a permis de voir comme cet élève-là celui –ci qui est en grande difficulté qui m'a calculé en fait chaque chaque <2> qui m'a calculé chaque pourcentage de gagner la probabilité < P bafouille> de ah ah la probabilité d'avoir un billet gagnant pour 2 € pour 4 € » (00:43). Cela rejoint ici les effets attendus concernant le développement de l'écrit.

Par ailleurs, Pascale a proposé à son autre classe de 3^e cette TNGI mais avec d'autres modalités de travail : « je l'ai fait avec l'autre classe de troisième qui l'ont rédigé individuellement et puis j'ai ramassé après on a fait une séance à l'oral <2> là bon voilà j'ai trouvé pas mal d'en parler aussi à deux d'échanger <1> parce qu'il y a eu interactions » (01:27). Ce comparatif lui fait déclarer que le travail à plusieurs, malgré le bruit qu'il génère, est propice à des interactions qui s'avèrent bénéfiques « voilà parfois parfois ça a été seul mais depuis un moment là c'est à deux parce que je trouve que ça génère un petit peu plus de <1> après il faut tolérer le bruit <1> mais finalement je trouve

que de plus en plus je le tolère <1> parce que c'est vachement positif » (02:29). Ici elle a réalisé la modalité annoncée en amont de la séance : « souvent, on fait, je fais passer deux groupes au tableau parce que généralement, eh bien les réponses se regroupent un petit peu, donc j'essaye de pas faire passer deux réponses un peu différentes, quoi, deux raisonnements différents » (02:33).

5.5. Effets sur les élèves

À la suite de cette séance, nous avons proposé aux élèves un questionnaire comportant les six questions reproduites ci-dessous (cf. Annexe 10) :

1. Appréciez-vous ce type d'exercice ?
2. Qu'est-ce qui vous plaît dans ce type d'exercice ?
3. Qu'est-ce qui vous déplaît dans ce type d'exercice ?
4. A votre avis, quels sont les avantages pour votre apprentissage à pratiquer ce type d'exercice ?
5. Le sujet de dernier brevet blanc comportait-il de tels exercices ? (indiquez le nombre)
6. Quel est l'exercice « à prise d'initiative » que vous avez préféré au cours de l'année ? (Indiquez son titre, ou bien précisez de quoi il était question). Précisez pourquoi.

Nous avons à notre disposition les questionnaires complétés par les 23 élèves de la classe. Nous mettrons de côté les réponses à la question 5) car elles sont toutes identiques du fait que Pascale a été amenée à donner la réponse, les élèves ne se souvenant pas de la composition du brevet blanc.

Penchons-nous sur les réponses à la première question « Appréciez-vous ce type d'exercice ? ». Seulement 3 élèves ont répondu négativement et trois autres ont des réponses nuancées « oui et non », « pas vraiment » et « non pas trop ». La difficulté de la tâche demandée et le temps de travail plus long est sont les principales raisons explicatives.

A la question : « Quel est l'exercice “à prise d'initiative” que vous avez préféré au cours de l'année ? (Indiquez son titre, ou bien précisez de quoi il était question). Précisez pourquoi. », 9 élèves ont cité exclusivement la situation « une chance sur deux » : il est intéressant de noter que l'expression « ticket gagnant » est largement utilisée et que, pour trois élèves, ce « exercice “à prise d'initiative” » fait partie des préférés parmi d'autres. La réponse de Marion (volontaire pour passer au tableau lors de la séance) montre qu'elle a pris conscience de l'intérêt de cet exercice par rapport au développement de l'esprit critique (Figure 43).

6. Quel est l'exercice « à prise d'initiative » que vous avez préféré au cours de l'année ?
(Indiquez son titre, ou bien précisez de quoi il était question). Précisez pourquoi.

le ticket gagnant.
j'ai bien aimé car ce type de
choses on en voit partout, mais on
m'y fais pas attention.
là on ~~se~~ prend conscience de la
chose et de la réalité.

Figure 43

Quant à Nathan, il déclare apprécier ces « exercices «à prise d'initiative» », principalement parce que le travail se fait en groupe, facteur facilitant à son avis (il le mentionne à deux reprises) (Figure 44).

1. Appréciez-vous ce type d'exercice ?

Oui

2. Qu'est-ce qui vous plaît dans ce type d'exercice ?

être en groupe puis c'est plus
facile à deux

4. A votre avis, quels sont les avantages pour votre apprentissage à pratiquer ce type d'exercice ?

On est plusieurs puis on apprend
plein de choses, ça nous
aide à mieux réfléchir

Figure 44

Eu égard au nombre important d'élèves qui mettent en avant le travail en groupe dans leurs réponses aux questions 2), 3) ou 4), nous émettons l'hypothèse que cette modalité de travail n'est pas ou peu mise en place par ailleurs.

Il est intéressant de relever qu'une élève ressent que lors de ce travail spécifique elle « n'est pas guidée » : c'est la seule à le formuler ainsi (Figure 45).

1. Appréciez-vous ce type d'exercice ?

Oui

2. Qu'est-ce qui vous plaît dans ce type d'exercice ?

Ne permettant de réfléchir par nous mêmes, non être
guidés.

4. A votre avis, quels sont les avantages pour votre apprentissage à pratiquer ce type d'exercice ?

On nous permettant de "trouver" nous mêmes les questions
intermédiaires et d'utiliser d'officiels méthodes pour les résoudre.

Figure 45

Dans le même esprit, un autre élève parle de « chercher le résultat de nos propres moyens » et « arriver au résultat de notre propre initiative » (Figure 46). Nous interprétons ces deux éléments de réponse, en termes de topogénèse, comme un ressenti de l'élève de sa propre responsabilité vis-à-vis du savoir. Il nous semble qu'il comprend que dans ce type de travail, il a une place plus importante dans la construction du savoir.

L'expression « façon qui nous plaît » nous apparaît significative qu'un choix est possible entre plusieurs solutions et que de plus, on peut en privilégier une par rapport aux autres selon son envie.

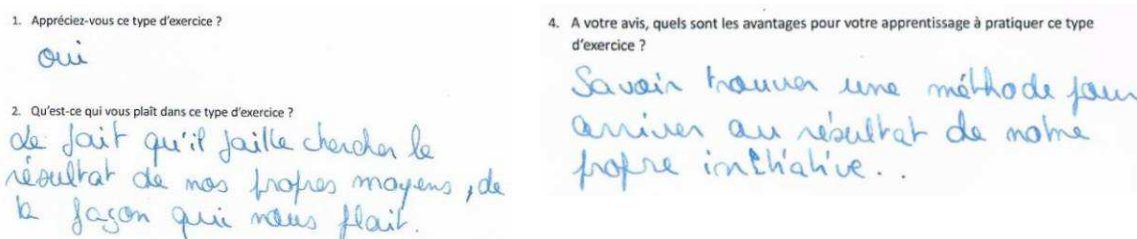


Figure 46

Dans un autre questionnaire, nous avons relevé une réponse ayant trait à la prise de compte de toutes les données (Figure 47). Nous interprétons le mot « habituellement » par ce qui se pratique d'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques.

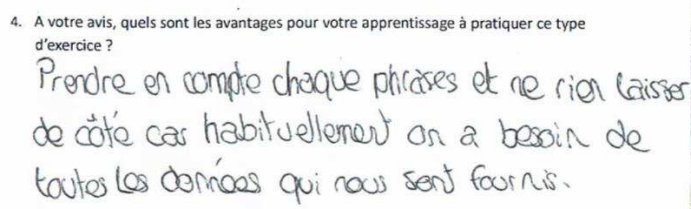


Figure 47

5.6. Éléments de conclusion en rapport avec la séance

Là aussi, à l'instar de Camille, une expertise est manifeste au vu des gestes d'ajustements réalisés dans l'action, basés sur la bonne connaissance et la prise en compte des écrits des élèves. Pascale est disponible aux cheminements de l'activité des élèves. Les ajustements qu'elle réalise infléchissent la situation et l'évolution dynamique de la séance est gérée à chaque instant.

En termes de praxéologie, la technique de Pascale semble être basée sur un guidage peu important. « S'ajuster » se fait relativement à une intentionnalité que nous rattachons à la partie technologique de la praxéologie. Quant au développement de l'autonomie des élèves en situation de recherche, il semble qu'une composante technologique consiste à « établir des liens avec les notions vues en cours » à partir d'indices de l'énoncé. Nous avons vu que cet élément était apparu à plusieurs reprises, à la fois dans des scènes duales et collectives.

Nous avons aussi vu transparaître la dimension technologique : « il faut utiliser toutes les données ». Ceci semble renvoyer à un habitus de la profession : en mathématiques, les

énoncés proposés dans l'enseignement « ordinaire » (à prendre ici au sens « hors des TNGI ») comportent toutes les données utiles et seulement celles-ci. Nous avons ici une bribe de la représentation de Pascale concernant les énoncés de mathématiques que l'on peut formuler ainsi « si on n'utilise pas toutes les données présentes, alors on n'a pas la bonne réponse ». Une autre intention visible est d'amener les élèves à progresser en termes de rédaction dans le but, *in fine*, de valider la compétence correspondante du socle commun.

Par ailleurs, nous notons que la situation étudiée se veut être une situation à laquelle les élèves peuvent se retrouver confrontés dans leur future vie de citoyens. Comme, nous l'avons vu, ce choix didactique a fait naître un questionnement chez les élèves ainsi qu'un débat, dont Pascale s'est saisie pour les mettre en garde et les exhorter à avoir « un esprit critique ».

Conclusion

Conclusion croisée de deux praxéologies professorales

Force est de constater des similitudes dans les équipements praxéologiques des deux professeures. Un guidage « discret » relève d'une même volonté d'accompagner l'élève vers la compréhension, par lui-même. Une présence et une prise d'information importantes sont aussi des éléments communs quant à la technique mise en œuvre dans la phase de recherche. Maintenir l'engagement de tous les élèves ainsi qu'une atmosphère de travail semble constituer la logique qui pilote les gestes d'ajustement repérés : nous pensons notamment aux « pauses » de Camille ou encore aux passages de scènes duales à la scène collective pour Pascale.

Aboutir à ce que tous les élèves se sentent investis d'une certaine responsabilité par rapport à la proposition d'une ou plusieurs solutions nous apparaît aussi relever de la composante technologique de leur équipement praxéologique. Pour ce qui a trait à la gestion de la mise en commun, les deux professeures prennent en compte de manière importante les « solutions-élèves », en se saisissant de dires ou de démarches d'élèves comme une opportunité pour atteindre leurs objectifs initiaux. Nous faisons l'hypothèse que proposer à la classe plusieurs démarches atteste d'une logique d'arrière-plan guidée par la notion d'apprentissage *vicariant*, c'est-à-dire en considérant que nous apprenons en observant le comportement d'autres personnes, leurs attitudes et le résultat de leurs actions. Cette forme d'apprentissage conduirait des élèves à se persuader que si certains camarades (considérés inconsciemment comme similaires) réussissent, alors eux-mêmes en sont capables aussi.

Toujours dans la dimension « logos » nous voyons aussi des divergences : Camille incite les élèves à expliciter leurs démarches, dans le but de convaincre leurs camarades (et elle aussi par la même occasion, en se plaçant imaginativement dans la position élève) alors que Pascale se réfère à la validation des compétences du socle commun de connaissances

et de compétences. Mais peut-être est-ce la place qu'elles occupent dans l'institution qui explique, du moins en partie, la différence constatée ? Eu égard à sa position de formatrice associée aux IPR, on peut penser que Camille est au fait des compétences du socle commun et ne ressent pas le besoin d'en faire état en classe. Ce qui ne signifie pas pour autant qu'elle ne les intègre pas, *a posteriori*, dans ses pratiques d'évaluation.

Par ailleurs, on ressent de manière plus marquée chez Camille qu'apporter une solution valide en réponse à une TNGI est l'affaire de tous, et pas seulement l'affaire du professeur. Au même titre, la production de techniques nous apparaît être davantage un acte collectif dans les séances de Camille que dans celle de Pascale. Et, si l'on compare les directions d'étude, il semble que Pascale fait plus de différence entre les TNGI et les activités « plus classiques » : par exemple, que c'est seulement lors des TNGI qu'elle fait travailler les élèves en groupe.

Notons en outre qu'il est frappant de constater que la même expression « feuille blanche » a été citée par les deux professeures. Nous pensons qu'elles voient dans les TNGI, un outil permettant de mieux gérer le problème des élèves qui refusent de s'investir à l'écrit. Nous interprétons ce fait comme révélateur d'une préoccupation prégnante, voire d'un problème actuel de la profession : le fait qu'un nombre non négligeable d'élèves soient réfractaires au passage à l'écrit. L'introduction des TNGI dans les pratiques peut-elle être un moyen d'y remédier ?

Le questionnaire

Nous avons recueilli 24 réponses au questionnaire que nous avons diffusé (cf. Annexe 3). Les professeurs qui ont répondu exercent majoritairement dans l'académie de Toulouse (20 sur 24) et, bien que le nombre de réponses soit modeste nous nous proposons d'établir une sorte d'état des lieux des pratiques actuelles à partir de ces déclarations (il ne s'agit plus d'observations). En ce qui concerne l'intégration des TNGI dans leur enseignement au quotidien, 22 professeurs ont répondu positivement (Figure 48).

Exercices "à prise d'initiative" en classe.

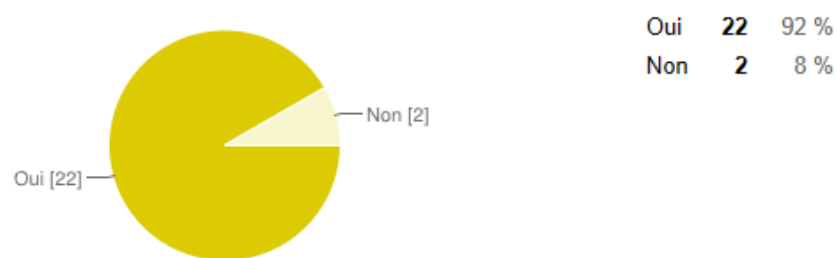


Figure 48

À la question « Quelles sont les raisons qui vous amènent à proposer ou non des exercices “à prise d’initiative” dans vos classes ? », nous avons relevé 6 réponses faisant explicitement référence aux injonctions officielles : celles-ci comportent les expressions « DNB », « Brevet », « instructions officielles » ou encore « inspecteurs ». Cela met en évidence le rôle de levier que joue l’introduction d’une nouveauté dans une épreuve d’examen. Parmi ces 6 réponses, 4 associent d’autres raisons qui font référence au développement de compétences particulières comme l’illustrent les extraits suivants : « Développer le goût et l’esprit de recherche / inciter les élèves à oser prendre des risques » (Malo) ; « pour leur apprendre à travailler différemment. (Ce n’est pas un exercice d’application d’une notion). Ils permettent aux élèves de s’investir dans une recherche et de laisser trace des essais sur leur copie. » (Elora) ; « Travailler sur les compétences propres à la démarche scientifique / Variété des démarches possibles / Échanges intéressants avec et entre les élèves » (Marc) ; « Grâce aux EPI, les élèves (certains élèves) se posent des questions, réfléchissent, élaborent une démarche... Bref, ils font des maths » (Rémi). Nous voyons dans cette dernière remarque le fait que les TNGI sont l’occasion pour les élèves de s’engager dans une véritable démarche intellectuelle de recherche.

Les TNGI et les séances « ordinaires »

Le travail sur les TNGI diffère de celui effectué lors des séances « ordinaires » dans la mesure où les élèves sont amenés à élaborer eux-mêmes une réponse. Proposer des TNGI permet essentiellement de travailler le moment exploratoire, principalement la « production de techniques ». La technique apparue n’a pas vocation à être étudiée pour elle-même et ne sera en général ni reprise ni développée plus tard, comme cela est le cas dans des situations de classes plus « ordinaires ». Le but n’est pas ici d’arriver à la construction d’une technique relative à un type de tâches. En fait, le problème étudié revêt un caractère inhabituel, en rupture avec les exercices ou problèmes classiquement

proposés. L'objectif principal de la pratique des TNGI ne résidant ni dans un apport de contenu mathématique, ni dans l'application de techniques connues, cela crée un « décalage » avec les séances « ordinaires ».

En outre, gérer la production de techniques par les élèves est un geste professionnel peu fréquent dans la profession. Les TNGI transforment l'activité mathématique en termes de topogénèse, *id est* de partage des rôles et des responsabilités du professeur et des élèves : celle de l'élève est engagée de manière plus importante. Nous pensons que les professeurs doivent préparer les élèves à cette modification des rôles, pour obtenir leur engagement dans la tâche proposée.

Nous avons vu que, même dans les cas de Camille et Pascale, professeures expérimentées, les praxéologies apparaissent être encore « en construction ». Les techniques mises en œuvre ne sont pas encore stabilisées : ces deux professeures expérimentent, testent différents moyens (fiches d'aide ou pauses multiples pour Camille, mises en groupe pour Pascale).

Certaines remarques relevées dans les réponses au questionnaire laissent transparaître que l'intégration des TNGI pose des soucis en termes de direction d'étude. Joseph, un des deux professeurs ayant déclaré qu'il n'en propose pas, indique : « J'ai déjà tenté d'en faire mais je ne vois pas très bien quelle suite à donner. ». Un autre professeur qui, lui, a intégré les TNGI dans sa pratique précise : « Mais la difficulté de les donner en classe est souvent un manque de temps pour achever le programme. Il faudrait guider chaque élève dans sa démarche d'investigation, aider les élèves en difficultés sur la recherche au brouillon pour leur permettre de développer des stratégies dans ce type d'exercice ... le temps et le nombre d'élèves rendent, pour moi, très difficile cette pratique. » (Nonibaste). On voit bien que les différentes tâches que le professeur doit accomplir sont identifiées mais que la mise en œuvre reste délicate. Un autre professeur, lui, pose la question du moment à choisir pour aborder ce type d'activités : « Une difficulté supplémentaire est le choix du moment pour traiter un EPI (en fin de chapitre, à un autre moment dans la progression). » (Elora). Ces professeurs semblent déstabilisés, voire déconcertés.

Toutes ces interrogations sont bien compréhensibles car le changement est profond : le professeur n'a plus le rôle « d'expert » au sein de la classe, mais plutôt un rôle d'accompagnant, de guide pour aider l'élève à trouver par lui-même une solution. Le professeur se retrouve « seul » face à ce nouvel objet que constitue une TNGI et il doit non seulement se l'approprier mais aussi gérer toutes les modifications liées à la place relative du professeur et de l'élève, ainsi qu'à l'avancée du temps de l'étude.

Dans les réponses au questionnaire, le manque de temps est cité à plusieurs reprises (9 cas) comme un des inconvénients à proposer des TNGI en classe. Cela dénote que la pratique des TNGI reste à la marge de l'enseignement : elle semble en être encore à ses balbutiements...

En conclusion, il nous semble que l'intégration des TNGI dans l'enseignement tend à modifier le paradigme actuel en place. Cela suppose que les professeurs acceptent de ne plus occuper une position « dominante » par rapport aux savoirs et passent ainsi d'une « dissymétrie des pouvoirs à une dissymétrie des responsabilités » comme l'exprime Jacky Arlettaz dans un article du dossier « Apprendre au XXI^e siècle » des cahiers pédagogiques (2012, p. 105). Nous pensons que certains professeurs peuvent ne pas se reconnaître dans cette exigence qui leur « impose » un nouveau type de tâches ; ils peuvent même considérer que cela ne fait pas partie des gestes professionnels d'un professeur de mathématiques de collège.

L'équipement praxéologique des professeurs a besoin d'être enrichi. Ces derniers doivent être accompagnés afin qu'ils puissent s'approprier des gestes de direction d'étude qui leur permettront de guider les élèves en situation de recherche. Bernard Sarrazy (2007) affirme : « Si nos élèves apprennent les mêmes mathématiques, il n'est pas sûr qu'ils apprennent tous la même manière d'en faire. Ce qui est montré, enseigné et retenu est moins essentiel que la manière dont on leur a fait considérer les problèmes, dont on les a conduits à chercher à les résoudre... » (p. 39). Pour garantir l'introduction effective et efficace des TNGI dans l'enseignement des mathématiques au collège, le développement de l'équipement praxéologique des professeurs devrait être le travail de toute la profession, et non pas celui de chaque professeur de manière isolée.

Certains professeurs, dans leurs réponses au questionnaire, indiquent une évolution dans le rapport aux mathématiques impulsée par la pratique des TNGI en classe comme l'illustrent les extraits suivants : « Les EPI [...] permettent bien souvent de montrer l'utilité des maths dans une situation du quotidien donnant ainsi du sens à la matière. » (Arnaud) ; « Les élèves réfléchissent autrement, ne se contentent pas de reproduire des techniques qu'on leur donne, essaient de donner du sens à ce qu'ils font. » (Odile).

Il serait intéressant d'étudier les effets, à long terme, de la pratique des TNGI auprès d'une population de collégiens.

Références

- ALEIXANDRE, D., BERLIOZ, C., BORTREAUD, L. & PERRINAUD, J.-C. (2012). *Mathématiques 3^e. Collection Zénus*. Paris : Magnard.
- ARLETTAZ, J. (2012). À vous de jouer. *Cahiers pédagogiques* 500, 105.
- ARSAC, G. & MANTE, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Mathématiques. Disciplines. Repères pour agir. Mayenne : Jouve.
- BODIN, A. (2005, octobre). What does PISA assess ? Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques. Ce qui ne l'est pas. Un point de vue français. *Joint Finnish-French Conference Teaching mathematics: beyond the PISA survey*. http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/etudes/experimentation-math/com_pisa_ff_matheduc.pdf (15 septembre 2013).
- BRAULT, R., CIPOLIN, M.-C., CUQ, S., DARO, I., FERRERO, C., MARFAING, I. & RIPAUD, B. (2012) *Mathématiques 3^e. Collection Phare*. Paris : Hachette Education.
- BROUSSEAU, G. (1992). *Éléments pour une ingénierie didactique. Se former +. Pratiques et apprentissages de l'éducation*. Lyon : Voies livres.
- BRUN, J. (1990). La résolution de problèmes arithmétiques : bilans et perspectives. *Math Ecole, 141*, 2-15. http://www.ssr dm.ch/mathecole/wa_files/Mathecole_141.pdf
- BRUNER, J.S. (1983). *Le développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire*. Paris : PUF.
- BUCHETON, D. (2009). *L'agir enseignant : des gestes professionnels ajustés*. Toulouse : Octarès.
- CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposition didactique des mathématiques. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266.

CHEVALLARD, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In S. Maury & M. Caillot (Eds.). *Rapport au savoir et didactiques* (pp. 81-104). Paris : Fabert.

CHEVALLARD, Y. (2006). Séminaire de didactique des mathématiques 2005-2006. In *Yves Chevallard* [en ligne]. <http://yves.chevallard.free.fr>, (15 septembre 2013).

CHEVALLARD, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Eds.). *Sociedad, Escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 705-746). Jaén : Publicaciones de la Universidad de Jaén.

CHEVALLARD, Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. In C. Margolinas et al. (Eds.). *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 81-108). Grenoble : La Pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y. (2012, janvier). Des programmes, oui. Mais pour quoi faire ? Vers une réforme fondamentale de l'enseignement. *Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques* (IFÉ, ENS-Lyon). <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/contributions/conference-nationale-chevallard> (15 septembre 2013).

FABRE, M. Préparer les jeunes à entrer dans un monde problématique. *Cahiers pédagogiques* 500, 106-109

FELOUZIS, G. & CHARMILLOT, S. (2012). *Les enquêtes PISA*. Paris : PUF.

JACOB, N., DU ROY, A., LE BOURGEOIS, D., MARTIN, A., SITBON, A., VISSIO, J. & XOUAL, I. (2012). *3^e Maths. Collection Nouveau Prisme*. Paris : Belin.

JORRO, A. (2006, février). L'agir professionnel de l'enseignant. *Séminaire de Recherche du Centre de Recherche sur la Formation, CNAM, Paris*.

LEROY, M. (2012). Les manuels scolaires : situation et perspectives. In *Ministère de l'Éducation nationale* [en ligne]. <http://www.education.gouv.fr> (15 septembre 2013)

MALAVAL, J., CARLOD, V., ESTEVENS, F., FUNDAKOWSKI, M., KELLER, A., MAZE, M., ODOR, F., PLANTIVEAU, A., PUIGREDO F. & WALLON, P. (2012). 3^e. *Collection Transmath*. Paris : Nathan.

MEN-DGESCO. (2009). Raisonement et démonstration. In *Éduscol. Portail national des professionnels de l'éducation* [en ligne]. <http://eduscol.education.fr> (15 septembre 2013).

MEN-DGESCO. (2010). Le livret personnel de compétences. Repères pour sa mise en œuvre au collège. In *Éduscol. Portail national des professionnels de l'éducation* [en ligne]. <http://eduscol.education.fr/> (15 septembre 2013).

MEN-DGESCO. (2012). Diplôme national du brevet. In *Le Bulletin officiel* [en ligne]. <http://www.education.gouv.fr/pid285/le-bulletin-officiel.html> (15 septembre 2013).

OCDE. (2011). Résultat du PISA 2009 : Savoir et savoir-faire des élèves. Performances des élèves en compréhension de l'écrit, en mathématiques et en sciences, vol.1 Paris : Second édition

RODITI, E. (2004). Former par la résolution de problèmes professionnels. Étude d'un exemple de formation continue : le travail personnel des élèves. *Cahier de Didirem*, 48.

RODITI, E. (2010). Une collaboration entre chercheurs et enseignants dans le contexte français de la didactique des mathématiques. *Éducation & Formation*, 293, 199-210.

SARRAZY, B. (2007). Ostension et dévolution dans l'enseignement des mathématiques. Anthropologie wittgensteinienne et théorie des situations didactiques. *Éducation et didactique*, 1(3), 31-46.

Sigles et acronymes

APMEP : Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement

DNB : Diplôme national du brevet

IA-IPR : Inspecteur d'académie- inspecteurs pédagogiques régionaux

DGESCO : Direction générale de l'enseignement scolaire

MEN : Ministère de l'Éducation nationale

OCDE : Organisation de coopération et de développement économique

PAF : Plan académique de formation

PISA : Program for International Student Assessment

TAD : Théorie anthropologique du didactique

TNGI : tâche non guidée exigeant une prise d'initiative

Annexes

Annexe 1 : Les nouvelles modalités de l'épreuve de mathématiques du DNB.

Extrait de la note de service n° 2012-029 du 24-2-2012 (NOR : MENE1204539N)

Épreuve de mathématiques

1. Durée de l'épreuve : 2 heures

2. Nature de l'épreuve : écrite

3. Objectifs de l'épreuve

Pour tous les candidats, l'épreuve évalue les connaissances et compétences définies par le socle commun au palier 3. Pour les candidats de la série générale uniquement, les acquis à évaluer se réfèrent à l'intégralité du programme de la classe de troisième.

Dans l'esprit du socle commun, le sujet doit permettre d'apprécier la capacité du candidat à mobiliser ses connaissances et à mettre en œuvre une démarche scientifique pour résoudre des problèmes simples.

4. Structure de l'épreuve

Le sujet est constitué de six à dix exercices indépendants. Il est indiqué au candidat qu'il peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Les exercices correspondent aux exigences du socle commun pour la série professionnelle et portent sur différentes parties du programme de troisième pour la série générale.

L'ensemble du sujet doit préserver un équilibre entre les quatre premiers items de la compétence 3 du socle commun de connaissances et de compétences - les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique - appliqués à l'activité de résolution d'un problème mathématique :

- rechercher, extraire et organiser l'information utile ;
- mesurer, calculer, appliquer des consignes ;
- modéliser, conjecturer, raisonner et démontrer ;
- argumenter et présenter les résultats à l'aide d'un langage adapté.

L'essentiel de l'épreuve évalue ces capacités.

Un des exercices au moins a pour objet une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat.

5. Instructions complémentaires

Le sujet doit permettre à la plupart des candidats d'achever l'épreuve dans le temps imparti. Certaines questions peuvent prendre la forme de questionnaires à choix multiple, d'autres conduisent à justifier un résultat.

Les exercices peuvent prendre appui sur des situations issues de la vie courante ou d'autres

disciplines.

L'évaluation doit prendre en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction scientifique. Les solutions exactes, même justifiées de manière incomplète, comme la mise en œuvre d'idées pertinentes, même maladroitement formulées, seront valorisées lors de la correction. Doivent aussi être pris en compte les essais, les démarches engagées, même non aboutis. Les candidats en sont informés par l'énoncé.

L'emploi des calculatrices est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur. Certains exercices peuvent faire un appel explicite à l'usage d'une calculatrice, dans le cadre des usages préconisés par le programme. Ce point est rappelé en tête du sujet. Cette utilisation ne doit pas favoriser les élèves qui possèdent un matériel perfectionné.

6. Notation de l'épreuve

L'épreuve est notée sur 40 points.

Chaque exercice est noté entre 3 et 8 points, le total étant de 36 points. La note attribuée à chaque exercice est indiquée dans le sujet. Par ailleurs, 4 points sont réservés à la maîtrise de la langue.

Annexe 2 : Questionnaire diffusé aux professeurs (formulaire en ligne).

Les exercices "à prise d'initiative" en collège

Professeure de mathématiques en collège, j'ai cette année entrepris de reprendre mes études en m'inscrivant en deuxième année du master 2IDN (Innovation, ingénierie didactique et numérique).

Dans le cadre de mon mémoire de master, je travaille sur les exercices "à prise d'initiative", désignation provenant de la description de l'épreuve du DNB (brevet). Pour effectuer ce travail, j'ai besoin de recueillir des données à la fois quantitatives et qualitatives, c'est pour cela que je m'adresse à vous, qui enseignez en collège, par le biais de ce questionnaire.

Cette demande est valable même si vous ne proposez pas des exercices "à prise d'initiative" dans vos classes : dans ce cas, vous n'aurez que la partie I (informations générales) à renseigner.

Ce questionnaire (anonymé) vous est transmis par l'intermédiaire d'un de vos collègues, que je connais personnellement. Si vous le désirez, il vous communiquera l'ensemble des résultats que j'aurai collectés.

Je vous remercie par avance de l'aide que vous m'apporterez en répondant à ces questions, même si vous ne proposez pas, ou très peu, d'exercices à prise d'initiative à vos élèves.

Très cordialement,

Isabelle Marfaing.

***Obligatoire**

I. Informations générales

Ancienneté dans le métier *

Vous exercez en tant qu'enseignant de mathématiques depuis :

Une seule réponse possible.

- ☐ moins de 5 ans
- ☐ entre 5 et 10 ans
- ☐ entre 10 et 20 ans
- ☐ plus de 20 ans

Genre *

Vous êtes :

Une seule réponse possible.

- ☐ un homme
- ☐ une femme

Département *

Indiquez le numéro du département dans lequel vous enseignez :

Une seule réponse possible.

- ☐ 09
- ☐ 31
- ☐ 12
- ☐ 32
- ☐ 82
- ☐ Autre :

Exercices "à prise d'initiative" en classe. *

Proposez-vous des exercices à prise d'initiative à vos élèves ?

Une seule réponse possible.

- ☐ Oui
- ☐ Non *Passez à la question 21.*

II. Enseignements

Pour la suite du questionnaire, attribuez un numéro à chacune de vos classes. Par exemple : 6°A est la classe 1, 6°D est la classe 2, 4°B est la classe 3... (Les exercices à prise d'initiative seront désignés par EPI)

Niveau de la classe 1

Une seule réponse possible.

- ☐ 6e
- ☐ 5e
- ☐ 4e
- ☐ 3e

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 1, cette année ?

Une seule réponse possible.

- ☐ Aucune

- ☐ Entre 1 et 5
- ☐ Entre 6 et 10
- ☐ Entre 11 et 15
- ☐ Plus de 15

Niveau de la classe 2

Une seule réponse possible.

- ☐ 6e
- ☐ 5e
- ☐ 4e
- ☐ 3e

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 2, cette année ?

Une seule réponse possible.

- ☐ Aucune
- ☐ Entre 1 et 5
- ☐ Entre 6 et 10
- ☐ Entre 11 et 15
- ☐ Plus de 15

Niveau de la classe 3

Une seule réponse possible.

- ☐ 6e
- ☐ 5e
- ☐ 4e
- ☐ 3e

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 3, cette année ?

Une seule réponse possible.

- ☐ Aucune
- ☐ Entre 1 et 5
- ☐ Entre 6 et 10
- ☐ Entre 11 et 15
- ☐ Plus de 15

Niveau de la classe 4

Une seule réponse possible.

- ☐ 6e
- ☐ 5e
- ☐ 4e
- ☐ 3e

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 4, cette année ?

Une seule réponse possible.

- ☐ Aucune
- ☐ Entre 1 et 5
- ☐ Entre 6 et 10
- ☐ Entre 11 et 15
- ☐ Plus de 15

Niveau de la classe 5

Une seule réponse possible.

- ☐ 6e
- ☐ 5e
- ☐ 4e
- ☐ 3e

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 5, cette année ?

Une seule réponse possible.

- ☐ Aucune
- ☐ Entre 1 et 5
- ☐ Entre 6 et 10
- ☐ Entre 11 et 15
- ☐ Plus de 15

Quels types de ressources utilisez-vous ?

Plusieurs réponses possibles.

- ☐ Site éduscol
- ☐ Sites académiques
- ☐ Sites créés par des professeurs
- ☐ Manuels scolaires
- ☐ Autre :

Construisez-vous des énoncés d'EPI vous-même?

Une seule réponse possible.

	1	2	3	4	
très rarement	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	très fréquemment

La pratique d'EPI vous paraît-elle avoir des effets notables sur l'apprentissage ?

Une seule réponse possible.

	1	2	3	4	
peu ou pas d'effets	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	effets importants

Quels sont, à votre avis, les avantages et les inconvénients à proposer des EPI ?

Prise en compte dans l'évaluation

Dans quels types d'évaluations notées intégrez-vous des EPI ?

Plusieurs réponses possibles.

- ☐ Aucune
- ☐ Evaluation type contrôle-bilan
- ☐ Devoir maison
- ☐ Evaluation spécifique aux EPI
- ☐ Autre :

Lorsque vous proposez un EPI, le présentez-vous généralement d'une manière particulière, identifiable pour les élèves ?

Une seule réponse possible.

- ☐ Oui
- ☐ Non
- ☐ Autre :

III. Raisons de votre choix

Quelles sont les raisons qui vous amènent à proposer ou non des exercices "à prise d'initiative" dans vos classes ? *

Ce questionnaire est fini. *

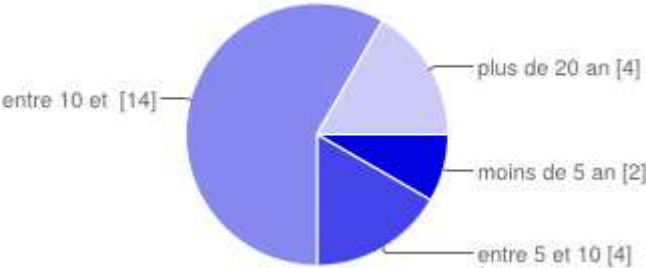
Merci de vous choisir un prénom que nous utiliserons ensuite dans notre travail. N'oubliez pas de cliquer sur "Envoyer" pour quitter.

Envoyer

Annexe 3 : Réponses au questionnaire diffusé aux professeurs

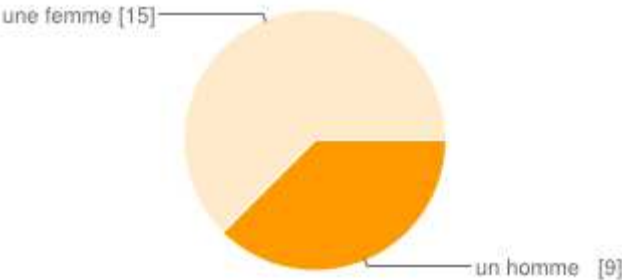
I. Informations générales

Ancienneté dans le métier



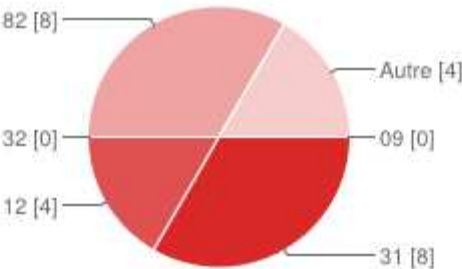
moins de 5 ans	2	8 %
entre 5 et 10 ans	4	17 %
entre 10 et 20 ans	14	58 %
plus de 20 ans	4	17 %

Genre



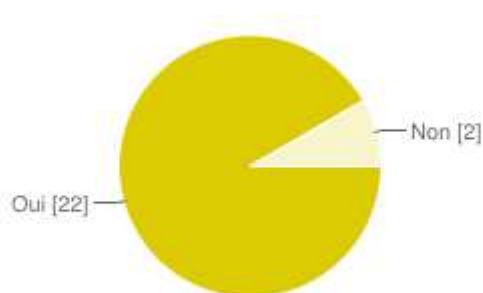
un homme	9	38 %
une femme	15	63 %

Département



09	0	0 %
31	8	33 %
12	4	17 %
32	0	0 %
82	8	33 %
Autre	4	17 %

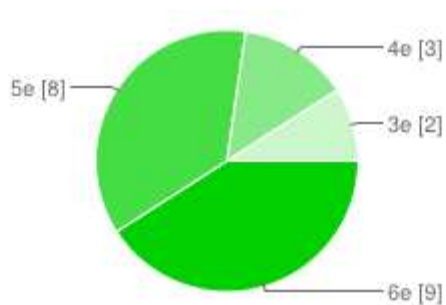
Exercices "à prise d'initiative" en classe.



Oui	22	92 %
Non	2	8 %

II. Enseignements

Niveau de la classe 1



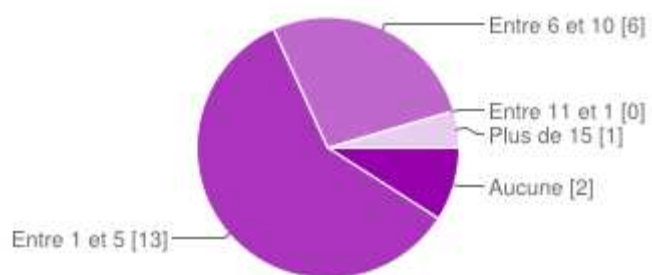
6e **9** 41 %

5e **8** 36 %

4e **3** 14 %

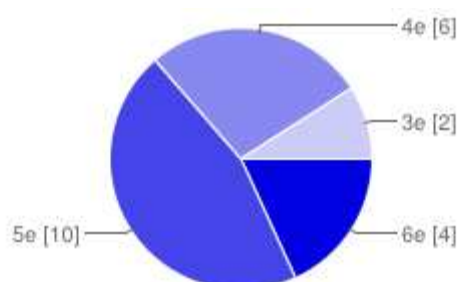
3e **2** 9 %

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 1, cette année ?



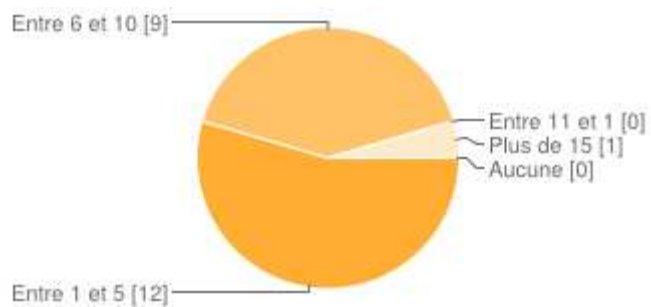
Aucune	2	9 %
Entre 1 et 5	13	59 %
Entre 6 et 10	6	27 %
Entre 11 et 15	0	0 %
Plus de 15	1	5 %

Niveau de la classe 2



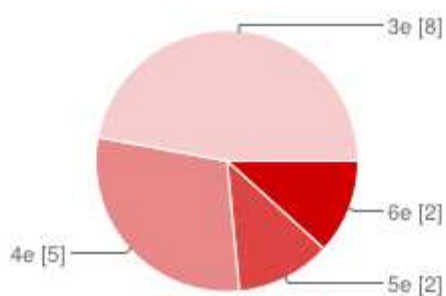
6e	4	18 %
5e	10	45 %
4e	6	27 %
3e	2	9 %

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 2, cette année ?



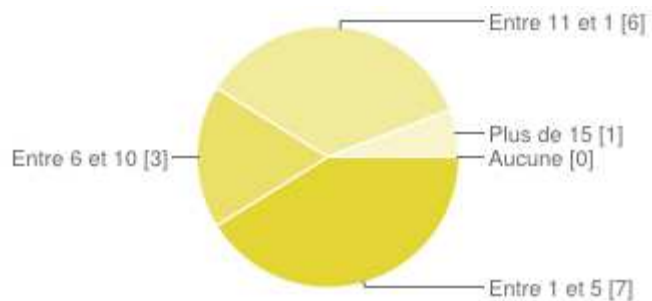
Aucune	0	0 %
Entre 1 et 5	12	55 %
Entre 6 et 10	9	41 %
Entre 11 et 15	0	0 %
Plus de 15	1	5 %

Niveau de la classe 3



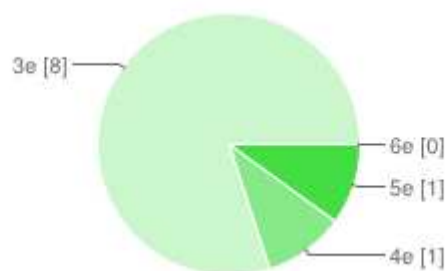
6e	2	12 %
5e	2	12 %
4e	5	29 %
3e	8	47 %

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 3, cette année ?



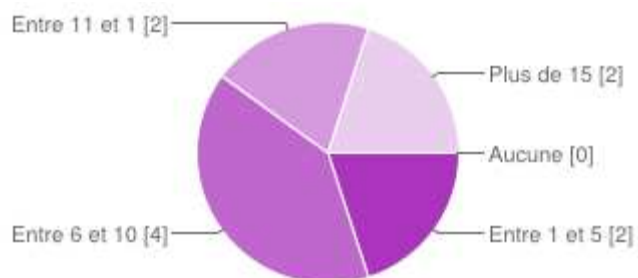
Aucune	0	0 %
Entre 1 et 5	7	41 %
Entre 6 et 10	3	18 %
Entre 11 et 15	6	35 %
Plus de 15	1	6 %

Niveau de la classe 4



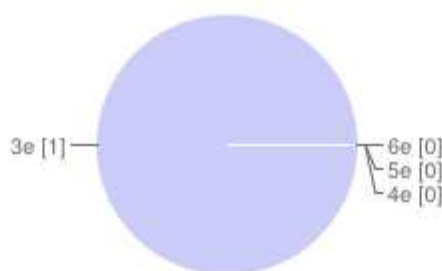
6e	0	0 %
5e	1	10 %
4e	1	10 %
3e	8	80 %

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 4, cette année ?



Aucune	0	0 %
Entre 1 et 5	2	20 %
Entre 6 et 10	4	40 %
Entre 11 et 15	2	20 %
Plus de 15	2	20 %

Niveau de la classe 5



6e	0	0 %
5e	0	0 %
4e	0	0 %
3e	1	100 %

Combien de fois avez-vous proposé un EPI dans la classe 5, cette année ?



Aucune	0	0 %
Entre 1 et 5	0	0 %
Entre 6 et 10	0	0 %
Entre 11 et 15	0	0 %
Plus de 15	1	100 %

Quels types de ressources utilisez-vous ?

Site éducol	7	15 %
Sites académiques	8	17 %
Sites créés par des professeurs	8	17 %
Manuels scolaires	20	43 %
Autre	4	9 %

Construisez-vous des énoncés d'EPI vous-même?

1	16	73 %
2	4	18 %
3	2	9 %
4	0	0 %

La pratique d'EPI vous paraît-elle avoir des effets notables sur l'apprentissage ?

1	0	0 %
2	8	40 %
3	9	45 %
4	3	15 %

Quels sont, à votre avis, les avantages et les inconvénients à proposer des EPI ?

avantages : - cela incite (habitue) les élèves à se lancer dans la recherche même si cela n'aboutit pas et surtout à laisser une trace - cela motive certains élèves - cela développe les capacités à chercher : établir une démarche : " comment puis je m'y prendre? Quelles informations utiliser? A quel(s) résultats de cours cela peut-il me faire penser?" inconvénients: - certains élèves "se cachent" derrière la difficulté et ne rentrent pas dans l'exercice, alors que pour les exercices qui comportent des questions très détaillées, ils répondent, même de manière un peu superficielle ou incomplète. Il faut en faire suffisamment pour que les élèves en tirent un réel bénéfice je pense. Ex qui les déstabilisent et qui les font raisonner autrement, hors contexte chapitre. Il faut alors avoir mis du sens sur les concepts pour réussir à les utiliser. les avantages: autonomie, recherche de questions intermédiaires, se poser des questions, construire un raisonnement, essayer des pistes, les comparer entre élèves inconvénients: le blocage, la difficulté qui peut entraîner un refus de chercher. - meilleure adhésion et implication des élèves qui ne sont pas simples "exécutants" d'ordres d'un énoncé classique - des élèves parfois en difficultés osent - les élèves habituellement en retrait soit par manque de confiance soit parce qu'en difficultés expriment plus facilement leur démarche Il est parfois difficile pour les élèves en difficulté de s'investir dans ce genre d'exercices. Ils ont du mal à "démarrer", car ils ne comprennent pas la situation -problème. Une difficulté supplémentaire est le choix du moment pour traiter un EPI (en fin de chapitre, à un autre moment dans la progression). Ce genre d'exercices permet aux élèves

de comprendre que l'on peut résoudre un même problème à l'aide de plusieurs outils. Cela permet de préparer les élèves au DNB. Ce type d'exercices favorise la recherche, la prise d'initiative et l'autonomie des élèves; Ils sont difficiles à mettre en place dans des classes où une grande proportion d'élèves sont en difficultés et non motivés par toute forme de recherche. Ces exercices peuvent être intéressants d'être faits en classe (renvoi à l'erreur, compréhension de la consigne...) mais demandent en général beaucoup de temps.

avantages:- intéresse les élèves - meilleur apprentissage
inconvénient: cela prend trop de temps par rapport au programme
Elèves vite découragés et abandon mais intéressants pour les très bons élèves

avantages: favorise les échanges et le travail en équipe permet de réinvestir des notions simples de cours même les élèves en difficulté accrochent
inconvénients: prend beaucoup de temps
inconvénients : certains élèves ne cherchent pas du tout; nécessité d'un temps de synthèse assez important.

avantages : certains "bons élèves" ne réussissent pas forcément à la hauteur de leurs savoir-faire et à l'inverse d'autres plus moyens ont des démarches originales efficaces ; mise en évidence des aléas des recherches et du questionnement sur le lien entre but poursuivi et méthode appliquée. Les exercices que j'ai trouvés soutiennent la motivation des élèves qui ne se sentent pas en difficultés en mathématiques et titillent leur curiosité. Ceux qui se sentent en difficultés n'essaient pas assez et attendent d'avoir des modèles d'exercices alors qu'ils pourraient en faire directement. En devoir maison ils ont tendance à se recopier. En contrôle, ils sont orientés car l'exercice porte très souvent sur le chapitre évalué. En brevet blanc ou contrôle commun, cela permet de voir leurs capacités à mobiliser différentes notions. On se rend ainsi compte que de bons élèves sont en fait très scolaires, ils sont entraînés sur des exercices répétitifs et sont déroutés par ces questions. Les élèves en difficultés ont du mal à s'investir dans de tels exercices. Davantage d'intérêt que le cours "classique" pour certains élèves, qui se révèlent parfois dans ce type de travail ; les EPI permettent à certains d'acquérir un peu d'autonomie, montrent aux élèves scolaires une autre facette du cours, ce qui les déstabilise et les incite à approfondir leur travail. Problèmes de temps (finir le programme), de gestion de classe (30 élèves) ; certains n'adhèrent pas du tout, ne font pas l'effort de chercher, et attendent que le prof donne des pistes ou la solution. Beaucoup d'élèves sont démunis et ne savent pas comment partir, jusqu'à ce que l'exercice soit très guidé. Ils sont trop habitués à répondre à un exercice en une ligne et ont du mal à élaborer une démarche pour résoudre l'exercice. Les EPI permettent aux élèves qui s'y lancent de réfléchir à leur démarche, de rédiger et d'argumenter.

inconvénients (surtout lors des premières recherches): - déstabilise les élèves les plus faibles ... - temps important pour : rédaction des solutions des élèves. présenter les réponses des élèves.

avantages : - nécessité de bien LIRE les informations - utiliser des compétences dans plusieurs domaines. - organiser son raisonnement. - "apprendre" à rédiger

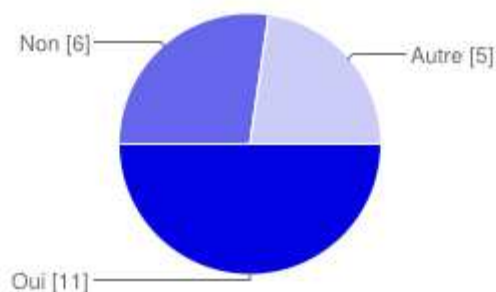
Avantages: Les élèves réfléchissent autrement, ne se contentent pas de reproduire des techniques qu'on leur donne, essaient de donner du sens à ce qu'ils font. Inconvénients: Ces exercices prennent du temps s'ils sont faits en classe, et s'ils sont donnés en devoir maison, certains élèves n'essaient pas de chercher, pensant que ces exercices sont trop difficiles pour eux. Les EPI permettent de structurer le raisonnement et permettent bien souvent de montrer l'utilité des maths dans une situation du quotidien donnant ainsi du sens à la matière. Le problème c'est qu'il

prennent aussi beaucoup de temps en terme de réflexion, de correction et que les programmes sont toujours très difficiles à terminer. De plus nos élèves ont de moins en moins le goût de l'effort et lorsque la solution n'est pas immédiate (ce qui est un peu le but d'un EPI) beaucoup d'entre eux décrochent. Avantages : * exercices ouverts qui permettent à tout type d'élèves de s'engager dans une démarche même si elle n'aboutit pas ; * réflexion collective de groupes d'élèves ou même projet de classe ; * développe l'esprit critique, la curiosité, l'intérêt pour la discipline ; * l'élève perçoit la nécessité de la démonstration ou de la preuve : il doit convaincre ses pairs ! Inconvénient : le temps ! - Risque de copie blanche - Faire appel aux connaissances - Savoir organiser les idées - Possibilité de l'exploiter par petit groupe Avantages : favoriser la prise d'initiatives des élèves, leur apprendre comment chercher. Cela leur permet de mettre à profit leurs connaissances dans un cadre moins scolaire, et cela permet aussi aux élèves ingénieux mais peu scolaires de réussir et mettre en avant leur pertinence. Inconvénients : certains élèves faibles ne se lancent pas et abandonnent très vite, persuadés qu'ils n'y arriveront pas. Les mettre en situation de réussite avec un EPI est souvent compliqué, sauf lors d'un travail par groupe avec des tâches définies.

Prise en compte dans l'évaluation

Aucune	4	9 %
Evaluation type contrôle-bilan	13	30 %
Devoir maison	20	47 %
Evaluation spécifique aux EPI	4	9 %
Autre	2	5 %

Lorsque vous proposez un EPI, le présentez-vous généralement d'une manière particulière, identifiable pour les élèves ?



Oui	11	50 %
Non	6	27 %
Autre	5	23 %

Raisons de votre choix

Quelles sont les raisons qui vous amènent à proposer ou non des exercices "à prise d'initiative" dans vos classes ?

Essayer de tordre le cou aux analyses des tests PISA (même si ce ne peut constituer un argument suffisant!!); Donner un statut réel, hors contexte concret, propre aux mathématiques en contribuant à la formation du futur citoyen; Utiliser les techniques dans des exercices plus "ouverts"; Favoriser, avec d'autres dispositifs, la culture du travail et de la recherche (plus ou moins aboutie donc...) et la valoriser donc selon des critères "différents"... L'objectif est de leur faire prendre un peu de recul, de leur montrer l'intérêt des mathématiques, les faire réfléchir au sens des notions mathématiques, éviter de les "formater" à un type d'exercice. Ces exercices : mettent en lumière l'esprit et les démarches de cette discipline ; donnent une pause dans l'enchaînement des notions du programme ; mettent en oeuvre et en situation simultanément diverses notions disciplinaires ; donnent souvent plus de concret à cette discipline. J'ai déjà tenté d'en faire mais je ne vois pas très bien quelle suite à donner.

recherche - Situation de recherche hors contexte chapitre - déstabilisation nécessaire - permet le débat en classe ensuite, riche. Argumentation, clarté des explications, nécessité de maîtriser le vocabulaire et de s'exprimer correctement pour être compris - pratiquer la faisabilité des résultats qu'on annonce (ordre de grandeur, logique, cohérence...) Pour les habituer à des exercices non standards, pour développer leur intérêt pour la recherche Pour former les élèves à ce type d'exercices est la raison essentielle, cependant il m'arrive d'en proposer quelquefois pour présenter une nouvelle notion. - remobiliser une classe sur un chapitre un peu difficile - faire un travail de groupe qui permettra aux meilleurs d'aider les plus faibles - les faire réfléchir sur un problème de la vie courante - cela plaît aux élèves le grand regret: ne pas avoir plus de temps pour en faire... car on "court" après le programme essayer par des chemins "moins scolaires" de résoudre un problème, un exercice et raccrocher certains élèves. sortir des savoir faire classiques se questionner essayer, se tromper (apprendre à rebrousser chemin car le raisonnement choisi n'est pas concluant) - pour celles évoquées dans la case "avantages et inconvénients"... - parce que c'est ainsi que je conçois les mathématiques Difficulté des élèves à rentrer dans l'exercice; se découragent très vite; ne maîtrisent pas assez les techniques de base pour en enchaîner plusieurs si nécessaire; ont besoin d'être rassurés par des guides; pas toujours assez de temps à accorder à la recherche et à la correction... Plusieurs raisons qui font que je ne pose pas ce genre d'exercices ou très rarement. Intérêt vif de mes élèves pour ce type d'exercices... Redynamise. - Exercices d'actualité - Remobiliser les élèves Changer du quotidien ! Les pousser à être curieux. Les rendre actifs dans la construction de leurs savoirs. A la demande de nos inspecteurs, qui souhaitent de plus en plus, que les élèves soient dans une démarche d'investigation, j'ai essayé de proposer quelques exercices cette année. Ce type d'exercice étant maintenant présent au DNB, j'en ai un peu plus proposés aux élèves de troisième. Toutefois dans les contrôles de fin de chapitre, l'essai est peu concluant car la mise en jeu de la notion attendue est trop explicite pour l'élève. Mais la difficulté de les donner en classe est souvent un manque de temps pour achever le programme. Il faudrait guider chaque élève dans

sa démarche d'investigation, aider les élèves en difficultés sur la recherche au brouillon pour leur permettre de développer des stratégies dans ce type d'exercice ... le temps et le nombre d'élèves rendent, pour moi, très difficile cette pratique. - les avantages cités précédemment - des idées ou méthodes toujours surprenantes que trouvent certains ... qui passeraient inaperçues avec des séances d'exercices "classiques". - développer le goût et l'esprit de recherche - inciter les élèves à "oser prendre des risques" -ce type d'exercices est souvent plus motivant qu'un exercice plus classique, même si c'est moins rassurant pour un élève plutôt moyen ou en difficulté - entraîner les élèves au niveau type d'épreuves du DNB Raison 1 : Un EPI sera au brevet. Raison 2 : Faire des math, c'est chercher et se poser des questions. Les exercices d'application de leçon ne sont pas intéressants : ils permettent aux élèves de s'approprier les nouvelles notions. Grâce aux EPI, les élèves (certains élèves) se posent des questions, réfléchissent, élaborent une démarche... Bref, ils font des math. - Les instructions officielles - Travailler sur les compétences propres à la démarche scientifique - Variété des démarches possibles - Echanges intéressants avec et entre les élèves - Des élèves non scolaires réussissent parfois mieux qu'un "bon" élève scolaire. -Les élèves y trouvent un intérêt - Ils permettent parfois de donner un exemple concret de l'utilité des mathématiques l'envie de tester...d'autres choses... Le type d'exercices que nous travaillons est souvent conditionné par les exigences du programme et du DNB. Il y a 10 ans on ne travaillait pas ou très peu les programmes de calcul. Depuis leur apparition il y a quelques années au DNB la banque d'exercices de ce type ne cesse de s'étoffer et nous en proposons régulièrement. Il en va de même pour les EPI qui sont évalués au DNB et pour lesquels nos élèves doivent être préparés. Je leur propose des EPI car cela me semble être le fondement des mathématiques : "résoudre des problèmes", ce qui demande souvent de la prise d'initiatives. Il me semble aussi crucial de leur apprendre comment chercher, comment se lancer dans un exercice qui n'est pas typique ou trop scolaire. C'est ainsi que les mathématiques sont construites, c'est ainsi que les chercheurs font. De plus chercher est le début de la réussite. Il est aussi intéressant de valoriser des élèves dont les raisonnements sont pertinents, mais qui parfois s'en sortent moins bien avec des exercices très "scolaires" car la démarche est trop guidée, peu motivante du coup. Mais ce travail avec des EPI peut être plus compliqué avec des classes de niveau faible parfois car certains élèves risquent d'abandonner avant de commencer à chercher. C'est pourquoi le fait de le travailler aussi en classe, et pas seulement en DM, peut relancer les recherches et permettent à tous de rester impliqué. - pour préparer les élèves au DNB. - pour leur apprendre à travailler différemment. (ce n'est pas un exercice d'application d'une notion). Ils permettent aux élèves de s'investir dans une recherche et de laisser trace des essais sur leur copie. - pour faire le lien entre les connaissances et les compétences du socle (évaluation par compétence)

Voici les prénoms choisis par les professeurs :

elora Alexandre Remi Odile Marie-Astrid yves Arnaud manon Louise Marie david Benoît
nonibaste Pat Valérie malo Perrine Joseph Christelle Sophie Eric Marc CLAIRE Sabrina

Annexe 4 : Un sujet de l'épreuve sur dossier du CAPES de mathématiques, 2011.

Thème : problèmes avec prise d'initiative

L'exercice

Le directeur d'une salle de spectacle de 8000 places organise un concert. Il souhaite fixer le prix du billet pour optimiser sa recette. Une étude de marché lui apprend que :

- si le prix du billet est de 50 euros il vend 3000 billets ;
- chaque baisse de 0,60 euros sur le prix du billet lui permet de vendre 100 billets supplémentaires.

Déterminez le prix du billet pour que la recette soit maximale.

Objectif général du programme de seconde

L'objectif de ce programme est de former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de :

- *modéliser et s'engager dans une activité de recherche ;*
- *conduire un raisonnement, une démonstration ;*
- *pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique ;*
- *faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche ;*
- *pratiquer une lecture active de l'information (critique, traitement), en privilégiant les changements de registre (graphique, numérique, algébrique, géométrique) ;*
- *utiliser les outils logiciels (ordinateur ou calculatrice) adaptés à la résolution d'un problème ;*
- *communiquer à l'écrit et à l'oral.*

Dans la mesure du possible, les problèmes posés s'inspirent de situations liées à la vie courante ou à d'autres disciplines.

Ils doivent pouvoir s'exprimer de façon simple et concise et laisser dans leur résolution une place à l'autonomie et à l'initiative des élèves. Au niveau d'une classe de seconde de détermination, les solutions attendues sont aussi en général simples et courtes.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Proposez une résolution de l'exercice par deux méthodes différentes, comme vous l'exposerez devant une classe de seconde.
- 2- Ciblez précisément les compétences mentionnées dans le programme de seconde que ces méthodes de résolution permettent de développer.
- 3- Présentez deux ou trois problèmes avec prise d'initiative.

Annexe 5 : Extrait de la page 7 du Manuel Zénius 3^e

Le socle commun en mathématiques

- Les deux premiers domaines de la compétence 3 (Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique) sont plus spécifiques aux mathématiques.

Domaine	Item	Logo utilisé dans le manuel
Pratiquer une démarche scientifique, résoudre des problèmes	Rechercher, extraire et organiser l'information utile	C1
	Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes	C2
	Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer	C3
	Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté	C4
Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques	Organisation et gestion de données	D1
	Nombres et calculs	D2
	Géométrie	D3
	Grandeurs et mesures	D4

Le programme de mathématiques est découpé en 4 parties correspondant à ces items.

- Les mathématiques peuvent néanmoins être impliquées dans l'évaluation et la validation d'autres compétences.

« Chaque compétence requiert la contribution de plusieurs disciplines et, réciproquement, une discipline contribue à l'acquisition de plusieurs compétences. »
Décret du 11 juillet 2006.

Annexe 6 : Fiche d'exercices élaborée par Camille et une de ses collègues,

Cette fiche a été conçue pour des élèves de 6^e.

Exercice 1 :

Nestor veut mettre des tampons en caoutchouc sous les pieds des 20 sièges de son restaurant : des chaises qui ont 4 pieds et des tabourets qui ont 3 pieds. Il a compté en tout 73 pieds.

Combien a-t-il de chaises ? de tabourets ?

Exercice 2 :

Deux tablettes de chocolat et trois paquets de gâteaux coûtent en tout 6,40 €.

Deux tablettes de chocolat et un paquet de gâteaux coûtent en tout 4 €.

Combien coûte un paquet de gâteaux ? Combien coûte une tablette de chocolat ?

Exercice 3 :

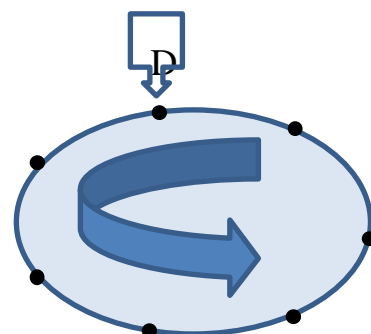
Ceci est une piste de course.

Les points repérés par les marques noires sont placés tous les 50 m.

Les coureurs doivent faire 2 km dans le sens indiqué.

Le départ est en D.

Où est le point d'arrivée A ?



Exercice 4 : Vrai ou faux ? : La somme de deux multiples de 5 est un multiple de 5.

Justifie ta réponse.

Exercice 5 :

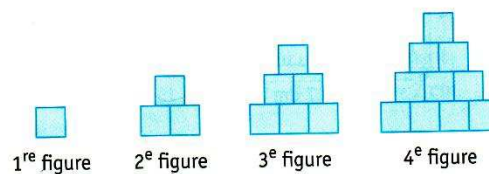
1^{er} découpage : On découpe un carré en 4 carrés identiques.

2^e découpage : On découpe une des carrés obtenus au 1^{er} découpage en 4 carrés identiques. On a donc 7 carrés après 2 découpages.

Et l'on continue ainsi.....

Combien faudra-t-il effectuer de découpages pour obtenir 106 carrés ?

99 Juliette fait des « pyramides » avec des gommettes carrées bleues identiques en les empilant comme ci-dessous.



L'unité de longueur est la longueur du côté d'une gommette.

• Prévoir le périmètre de :

- a) la cinquième figure ;
- b) la dixième figure ;
- c) la centième figure.

Annexe 7 : Corpus de Camille – Séance en classe de 5^e - 26 mars 2013.

Entretien *ante* de la séance de Camille (4 min)

_(0:00:026) I	alors est-ce que tu peux m'expliquer <heu> rapidement pourquoi tu fais de tels exercices ↗ quels sont tes objectifs quand tu fais des exercices de ce type-là
_(0:00:126) C	alors déjà effectivement comme son nom l'indique : exercice à prise d'initiative donc l'élève me semble-t-il a une certaine autonomie <heu> il doit prendre des initiatives donc il doit avoir des idées Le gros souci qu'on a après la sixième en sixième ils sont très volontaires pour ce genre de choses le gros souci qu'on a en suivant en cinquième ça va aussi un peu mais quand ils deviennent plus grands j'ai l'impression qu'ils ont un peu peur de la feuille blanche et du coup ils n'osent plus écrire leurs recherches donc il me semble intéressant de justement <heu heu> essayer de faire en sorte qu'ils soient habituer à ce type d'exercices habituer à écrire leur recherche et <heu> à ne pas avoir peur d'écrire n'importe quoi
_(0:01:115) I	et (1) alors au niveau de la trace écrite : comment ça se passe comment tu gères la trace écrite qu'ils vont garder après ↗
_(0:01:190) C	alors en général ils font ça sur une feuille simple ils ont un cahier de mathématiques Ils font ça sur une feuille simple que je relève <heu> je ne note pas ce type d'exercice pour pas formaliser trop la chose et les stresser (1) de façon qu'ils soient plus libres dans l'écrit <heu> donc je relève la feuille libre effectivement j'annote et puis soit on a le temps de faire un point un bilan en fin d'heure en suivant et donc ils font leur bilan sur le cahier d'exercices
_(0:01:581) I	d'accord sur le cahier d'exercices
_(0:01:586) C	oui alors <heu> souvent j'essaie de faire passer deux élèves : un qui a répondu quelque chose de complètement faux un autre qui a répondu de façon correcte de façon à ce que s'instaure un débat dans la classe ça ne me gêne absolument pas qu'ils prennent les deux solutions dans le cahier d'exercices en notant bien évidemment qu'il y en a une qui est fausse et pourquoi
_(0:02:220) I	d'accord très bien
_(0:02:240) C	Voilà
_(0:02:241) I	et donc effectivement <hum> tu essayes de mener le débat à chaque fois ↗
_(0:02:307) C	Oui un débat mathématique de façon à bien leur faire sentir aussi le fait <eh bien> qu'il faut convaincre : d'où la nécessité de la démonstration
_(0:02:419) I	d'accord
_(0:02:424) C	puisque'on veut arriver à ça quoi pour moi ça fait partie de notre objectif aussi La nécessité de démontrer de justifier de convaincre son auditoire

_ (0:02:542) I	de convaincre les autres d'accord
_ (0:02:556) C	Voilà
_ (0:02:560) I	Et <heu> une dernière question : au niveau des ressources que tu utilises ↗ Dons ces exercices-là est-ce que tu les choisis dans des livres ↗ tu les inventes ↗ tu
_ (0:03:036) C	alors souvent effectivement je vais les chercher (1) alors ça peut être sur des sites dans des manuels effectivement <heu> pas nécessairement du niveau de la classe
_ (0:03:185) I	Oui ↑
_ (0:03:224) C	voilà <heu> je peux les inventer aussi (2) mais assez rarement (2) j'invente de moins en moins : j'en ai assez d'inventer <rires>
_ (0:03:330) I	d'accord ou alors peut-être tu en choisis que tu reformules ↗
_ (0:03:336) C	Voilà !
_ (0:03:340) I	ça t'arrive : ce n'est pas inventé de toutes pièces ↗
_ (0:03:372) C	Tout à fait oui laisser <heu> oui Le rendre plus ouvert quoi
_ (0:03:420) I	Voilà
_ (0:03:423) C	Des exercices plus ouverts : un peu comme celui-là d'ailleurs
_ (0:03:460) I	D'accord
_ (0:03:483) C	<Heu> Dans les banques aussi socle : y a des exercices qui sont très très bien Ce sont plus des exercices à tâches complexes (1) c'est plus trop le même type d'exercice (2) me semble-t-il
_ (0:04:009) I	oui d'accord Très bien merci
_ (0:04:036) C	avec plaisir
	Fin de l'entretien

Retranscription de la vidéo de la séance de Camille du 26 mars- Classe de 5^e

La caméra placée au fond de la classe avec vue du tableau). Ce qui est dit par le professeur est précédé d'un C. Les éléments de contexte sont écrits en vert

Les dire d'un élève sont précédés d'un E sauf s'il est identifié et dans ce cas c'est son prénom qui précède ses dire. Ce qui est écrit au tableau est sur un fond gris foncé ou sur une photo prise *in situ*. Le déroulement du temps est indiqué dans la colonne de gauche

Une intonation « montante » (type interrogatif) est indiquée par ↗

Une intonation « qui baisse » (type affirmatif) est indiquée par ↘

Une intonation de type exclamatif est indiquée par ↑

Les pauses sont signalées par un temps en secondes entre <...>

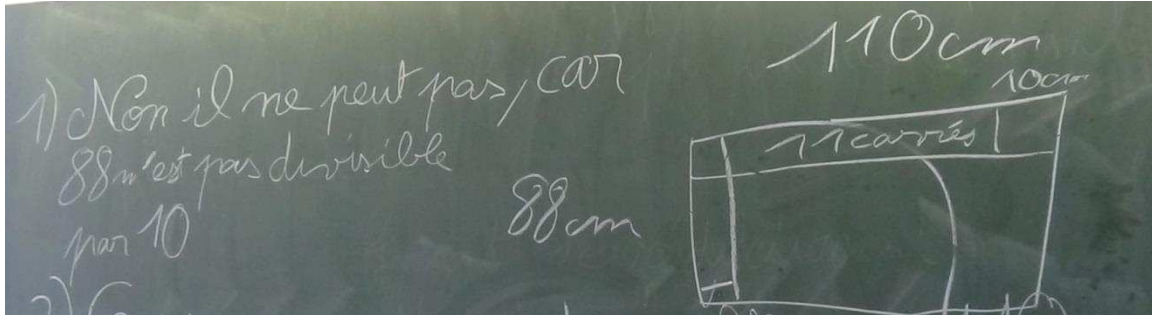
Lorsqu'une intervention orale (ou une partie) est inaudible cela est indiqué par < inaudible>

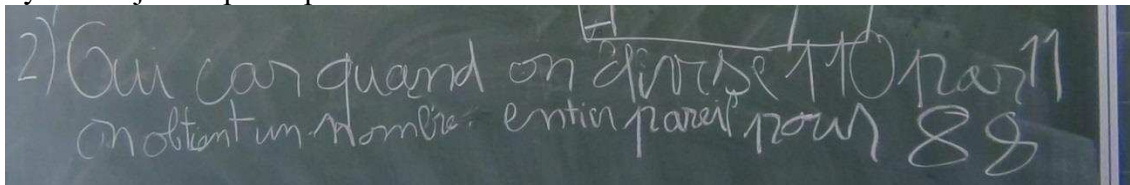
00 :00	<p>C : comme on l'a fait auparavant je vais vous distribuer une feuille sur laquelle vous ferez vos recherches d'accord ↗ donc c'est une recherche qui se fait de manière individuelle d'abord ensuite nous mettrons en commun pour le bilan</p> <p>C : bon je vous distribue les feuilles vous ne faites rien pour le moment : vous ne faites pas de recherches pour le moment↘</p> <p>C distribue les fiches en même temps</p> <p>C : vous mettez juste votre nom sur la feuille le prénom et la classe s'il vous plaît<2> on va lire le petit exercice ensemble</p> <p>C se replace près du bureau</p> <p>C : et puis vous poserez des questions si vous avez des questions puis vous ferez <2> je vous laisserais chercher <1> allez on y va <1> qui veut prendre la parole ↗</p> <p>Plusieurs élèves lèvent le doigt. C désigne Yanis. C lui dit de parler haut et fort.</p> <p>Yanis lit la consigne en entier (de manière très distincte)</p> <div data-bbox="371 689 1303 875" data-label="Text"> <p>Énoncé : Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante : « Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. 1. Quelle sera la longueur du côté d'un carré? 2. Combien y aura-t-il de carrés par plaques?</p> </div>
01 :52	<p>C : donc je vous propose de chercher ce problème vous avez ici donc toute une page blanche pour faire des recherches vous avez droit à quoi ↗</p> <p>Un élève demande si on peut faire des schémas. C répond que l'on peut.</p> <p>C : On peut faire quoi d'autres ↗</p> <p>E : des calculs↘</p> <p>C : des calculs vous avez droit la calculatrice je vous l'avais déjà dit↘ d'accord ↗ Vous avez droit au manuel si vous avez besoin de chercher certaines choses dans le manuel d'accord ↗ je veux voir toutes vos recherches c'est-à-dire qu'il est hors de question de gommer vous faites ça au bic comme ça ça vous évitera de gommer d'accord ↗ Si vous voyez que vos recherches n'aboutissent pas ben vous le notez clairement je vois que je suis sur la mauvaise piste je cherche heu autre chose d'accord ↗ comme on avait fait auparavant <2> bien je vous laisse travailler<1> y a-t-il des questions concernant cet énoncé avant de commencer à chercher ↗ est-ce que tout le monde a bien compris la consigne ↗</p> <p>Plusieurs élèves disent : « oui »</p>
02 :55	C : c'est bon ↗ allez je vous laisse faire
03 :00	E : Madame est-ce que chaque calcul on est obligé de le détailler par des phrases ↗
03 :02	C : il faut ensuite quand tu expliqueras à tes camarades tu sois capable de les convaincre comme on fait d'habitude
03 :12	C passe dans les rangs et regarde ce que font les élèves ce qu'ils écrivent.
04 :21	Wissaime : madame <inaudible>. C ne répond pas.
	Wissaime se retourne
04 :31	C (à Wissaime) : tu cherches ↑ d'accord ↗ tu cherches ↑
	C circule en jetant des coups d'œil aux écrits des élèves.
05 :36	C (à Wissaime) : chut ↑
	C lui montre quelque chose sur sa feuille
06 :22	C revient à son bureau.
08 :03	C circule à nouveau.
08 :50	C : Wissaime, tu gênes tes camarades

10 :22	C reprend Wissaïme : <inaudible>
10 :40	C regarde le travail d'un élève, cela est suivi d'un bref échange
10 :42	C : là c'est <inaudible>
11 :03	C revient à son bureau.
12 :28	C : alors ça fait 10 minutes que vous recherchez d'accord <2> la solution de cet exercice <1> de cet énoncé ce que je vous propose maintenant c'est de vous aider <2> pour ceux qui ont un peu de mal qui voudrait une aide ↗ 5 élèves lèvent le doigt C : alors je vais vous distribuer ceux qui veulent une aide je vais vous distribuer un petit bout de papier que vous collez à la suite des premières recherches d'accord ↗ La majorité des élèves lèvent la main C : tout le monde ↗ Si c'est tout le monde baissez la main je distribue donc C distribue les fiches d'aide (petit papier)
	Aide distribuée 1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté? Justifier votre réponse. 2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté? Justifier votre réponse.
13 :06	C (en tendant une fiche) : Enzo ↗ Enzo : oui
13 :10	C : vous collez à la suite vous n'effacez rien
13 :20	Wissaïme : mais Madame <inaudible> C : réponds aux questions essaie de répondre aux questions tu verras ça va t'aider
13 :27	C (s'adressant à deux élèves) : vous voulez l'aide ou pas ↗ oui ↗ non ↗ C'est peut-être un peu rapide C (s'adressant à tous) : l'aide vous la gardez vous la collez à la suite <2> chut chut
13 :47	E : on doit répondre ↗ C : ah oui bien sûr ↑ je vous ai distribué l'aide vous devez répondre <3>chut chut
13: 55	Les élèves se remettent à chercher.
14 :17	C s'approche d'un bureau. Un élève lui demande quelque chose.
14 :18	C (à l'élève) : je ne sais pas
14 :20	C (tout haut) je peux répondre à aucune question on fera un temps tout à l'heure pour expliquer éventuellement <inaudible> C (à l'élève) : réponds déjà aux questions-là tu as pris une aide donc tu colles l'aide juste à la suite C s'adressant à d'autres élèves C : et vous répondez aux questions C (à Enzo qui veut rendre l'aide): non tu l'as eue tu le fais ↑
14 :33	Des élèves font une remarque sur l'aide <inaudible> C : Ben si ↑ ne pensez pas ça ↑
14 :40	C passe dans les rangs
14 :55	Un élève l'appelle et explique E :< inaudible> C (lui répond) : tu le colles et tu marques C : Hugo\ tu réfléchis tout bas\
15 :13	C (en s'adressant à Antoine) : tu écris tu écris tout C : chut ↑
16 :13	C (à l'élève qui rattrapait son contrôle) : bon ça y est ça doit être fini toi
16 :16	C : tu as fini ↗ allez

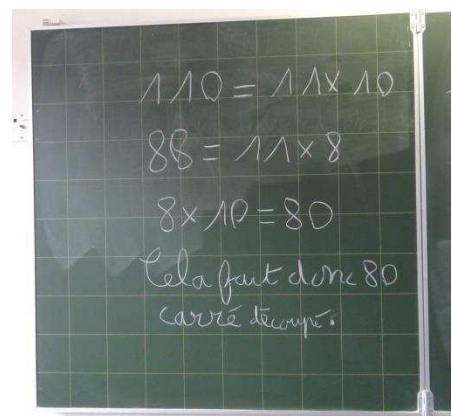
	Il a déjà la fiche avec l'énoncé sur son bureau. Il commence la recherche. C revient à son bureau avec la copie.
18 :17 18 :24 18 :27 19 :40 20 :10	C prend et regarde la feuille d'Enzo. C (à Enzo) : tu as fini hein ↗ <2> Enzo : oui C (à Enzo) : tu colles s'il te plaît C passe dans les rangs, regarde les écrits. C : chut C : Enzo ↑
20 :38 20 :55 20 :57	Un élève dit qu'il a fini en montrant sa feuille. C : t'as fini ↗ tu peux convaincre tes camarades ↗ tu as la bonne réponse ↗ E : <inaudible> C : ah ↑ alors essaye de peaufiner de façon à ce qu'ils comprennent\
21 :06	C (à Hugo qui l'appelle) : Hugo C : chut ↑ C regarde le travail de Hugo
21 :06	Wissaïme : Madame est-ce qu'il faut que ce soit un nombre entier ↗ C : C'est marqué dans l'énoncé relis l'énoncé
21 : 48	C : alors je vous fais un petit sondage avant de continuer qui a pu répondre aux deux questions de l'aide ↗ Des élèves lèvent la main. C : alors qui n'a pas pu répondre aux deux questions de l'aide ↗ 5 élèves lèvent la main. C s'adressant à deux élèves : mais vous que vous avez résolu le problème apparemment C : alors ce qui n'a pas pu qui n'a pas qui n'a pas résolu pardon le problème et qui n'a pas répondu aux deux questions ↗ un deux trois quatre Bon alors je vous laisse réfléchir un tout petit peu plus et puis on va donner des pistes ou la correction je sais pas trop ce que vous avez trouvé pour les deux questions qui concernent l'aide
22 :33	C (s'adressant à un élève) : Et alors et alors ↗ conclusion ↗ eh ben tu m'affirmes quelque chose mais tu donnes pas de conclusions
22 :42 22 :46 23 :24 23 :30	C reprend le travail de l'élève qui devait peaufiner. C : chut chut oh oh ↑ Elle lit puis repose la feuille. L'élève lui montre quelque chose sur la sur la feuille C : Ah c'est celui-là ça le bon ↗ C'est quoi ça ↗ bon tu nous expliqueras C s'éloigne et passe voir d'autres élèves. Une élève lui pose une question E : <inaudible > C : <inaudible > si ça suffit mais bon
23 :57 24 :00	C revient à son bureau. C : bien allez on s'arrête on va essayer de faire le point <3> donc on va relire d'une part l'énoncé d'autre part la première question de l'aide avant de passer à la réponse définitive alors qui ↗ Des élèves lèvent la main. Yanis ↗ pour le premier pour la première question tu passes au tableau tu nous expliques <2> la première question peut-il choisir ↗ Déjà on va lire hein ↗ Chut chut la première question de l'aide Hugo tu nous lis l'énoncé plus la première question à laquelle il doit répondre Hugo : énoncé un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 centimètres de longueur et

	<p>de 88 cm de largeur ... perte</p> <p>C : petit un peut-il ah oui la première question de l'aide de l'aide</p> <p>Hugo : peut-il choisir des plaques de 10 centimètres de côté ↗ justifier votre réponse ↘</p> <p>C répète en insistant sur chaque mot</p> <p>C : peut-il découper des plaques de 10 centimètres de côté ↗ justifier la réponse ↘</p> <p>Yanis a écrit au tableau une phrase pendant ce temps.</p>
25 :25	Yanis : moi j'ai dit que ben il pouvait pas parce que 88 n'est pas divisible par 10 alors qu'il ne faut pas laisser heu de place il faut tout remplir il faut pas que il faut que ça soit nombre entier ↘
25 :38	On entend : « moi aussi » « Voilà »
	C : qui n'a pas compris ↗ Phylicia ↗
25 :46	Clara lève le doigt.
	C : Clara ↗ Clara n'a pas compris ↘
25 :48	Yanis : 88
	C : et moi j'ai un peu de mal
	Yanis : on peut pas les diviser par 10
25 :57	C : t'as rien fait ↗ Sur ta feuille ↗
	E : moi aussi j'ai trouvé ça madame j'ai fait 88 divisé par
	C (à Yanis) : qu'est-ce que tu avais fait auparavant ↗
26 :01	Yanis montre à C quelque chose sur sa feuille qui tient à la main
	Yanis : Euh là ↗
	C : non mais d'accord comment tu pourrais mieux expliquer à Clara <1> Clara dit 88 110 divisé par 10 pourquoi ↗
	Yanis : ben
26 :20	C : pourquoi il divise par 10 ↗ c'est ça Clara ↗
	Yanis : pour pouvoir <fin> faire les carrés <2> par exemple si on divise 110 par 10 ça fera 11 donc y aura 11 carrés sauf que dans la largeur de 88 centimètres on peut pas pas diviser par 10 <inaudible>
26 :35	Yanis se tourne vers Clara (qui ne dit rien)
	C : je pense que Clara n'a toujours pas compris si ↗ <2> vu ses yeux
26 :40	Yanis commence à tracer un rectangle au tableau maladroitement
	C : aaah ↘ feuh
	Yanis « arrange » son rectangle
26 :46	Yanis : là c'est notre rectangle
26 :47	C : voilà qui est un peu mieux peut-être ↑
	C (à Wissaime) : Hé Wissaime.
	C lui montre le tableau.
	Yanis rajoute les dimensions au tableau (110 et 88)
	C : donc c'est notre plaque de métal la plaque de métal de l'ouvrier
	Yanis (en même temps il écrit) : si on divise par 10 dans cette rangée il y aura 10 carrés et un carré ça fera 10 centimètres sauf que pour 88 on peut pas diviser par 10 alors puisqu'il faut un nombre entier de centimètres au côté du carré alors on pourra pas il nous restera euh un demi comme ça sauf que ben on a < inaudible>
27 :26	C : est-ce que tu as compris Clara ↗
	Clara : oui
	C : c'est mieux ↗
	Des élèves répondent oui
27 :30	C : alors vas-y réponds donc non il ne peut pas
	E : si on a pas fait comme lui ↗

	C : ben tu vas-tu vas expliquer
27 :45	E : madame je peux faire le deux ↗ C : attends ↑ un instant on en est déjà là
27 :51	C : 88 n'est pas divisible C : par 11 Yanis : Euh par 10 C : 10
	
28 :03	C : donc là <2> la réponse c'était la réponse à la question peut-il découper des plaques de 10 centimètres de côté ↗ Wissaime : Madame C relit ce que Yanis a écrit au tableau.
28 :12	C : non il ne peut pas découper des plaques de 10 centimètres de côté euh puisque 88 n'est pas divisible par 10 ↘ donc voilà ce que dit votre camarade ↘ Wissaime : moi j'ai écrit 88 divisé par 10 et lui il dit que c'est pas divisible par 10 alors
28 :25	<inaudible> C : alors 88 divisé par 10 ↗ combien t'obtiens ↗ E : 8 virgule 8 C : qu'est-ce qu'on te ↗ pourquoi 8 virgule 8 ne fonctionne pas Wissaime ↗ pourquoi juste t'as divisé par 10 Wissaime : parce que en fait c'est pas nombre euh comment dire ↗ E : entier Wissaime : entier C : ce n'est pas un nombre entier ↘ la consigne été donnée de telle façon que < inaudible> nombre entier

28 :49	<p>C : Sylvain ↗ Hugo tu lui lis la question deux Sylvain va au tableau pendant que Hugo lit la question 2) de l'aide à haute voix Hugo : peut-il découper des plaques de 11 centimètres de côté ↗ justifie ta réponse C : alors des plaques de 11 centimètres de côté Sylvain : donc euh on peut parce que Sylvain se sert du schéma fait précédemment par Yanis pendant qu'il explique.</p>
29 :01	<p>Sylvain : donc euh c'est toujours le même exemple sauf qu' à la place de prendre 10 on met 11 et que 110 c'est divisible par 11 ça fait 11 C : non 110 divisé par 11 ↗ E : ça fait 10 ↑ Sylvain : ça fait 10 et <2> 88 divisé par 11 ça fait 8 donc on peut en mettre ↘ Sylvain se tourne vers Camille</p>
29 :28	<p>C : donc mets ta réponse je te laisse faire c'est toi qui <2> est-ce qu'il y a des questions à poser à votre camarade Sylvain ↗ ou est-ce que tout le monde a compris ↗ Enzo : moi je C : Enzo chut chut tu lèves la main si tu as une question à poser Enzo lève la main C : qu'est-ce qu'il y a ↗</p>
29 :45	<p>Enzo : mais s'il divise par 11<1> 88 divisé par 11 ça fait pas un chiffre entier E : mai si ↑ E : ça fait 8 ↑ E : sinon ça marche pas Enzo ↑ Des élèves commentent tout haut. C : chut chut chut c'est pour ça que pour lui ça fonctionne pas</p>
30 :06	<p>C : chut chut chut chut Sylvain vas-y ↑ Sylvain écrit au tableau</p>
30 :13	<p>C : chut</p>
30 :25 30 :35 30 :49	<p>Un élève appelle Camille, elle s'approche de lui et lui donne une indication sur son travail. C : tu t'es trompé 110 divisé par 11 ça donne 10 C : vous n'écrivez rien sur votre feuille hein ↗ vous laissez comme ça vous laissez vos recherches pour le moment on prend pas de correction <2> on fait rien on attend <2> on regarde <2> on essaie de se mettre d'accord Sylvain continue d'écrire sa réponse</p>
31 :32	<p>C : bon tu peux dire ce que tu écris en même temps que tu écris Sylvain : oui car quand on divise 110 par 11 on obtient un nombre entier et c'est pareil pour 88 C : écrit le donc Sylvain : j'écris pareil pour 88 ↗</p> 
32 :00	<p>C : très bien alors je vais rajouter des questions à l'aide juste pour voir si vous avez bien compris puis après on passera à la suite dans le cas justement où où euh on découpe l'ouvrier de découpe des plaques de 11 centimètres de côté <2> qui peut me dire combien y aura de côtés découpés dans la plaque ↗ Aucune réponse, aucun élève ne lève le doigt.</p>

33 :06	<p>C : je répète l'ouvrier découpe on a dit que oui il pouvait découper dans cette plaque de métal qui mesure 110 centimètres de long et 88 centimètres de large on a dit enfin vous avez proposé qu'effectivement il pouvait découper des plaquettes de 11 centimètres de côté d'accord ↗ alors je vais plus loin puisqu'il peut le faire combien de carrés peut-t-il obtenir ↗ <2> Phylcia ↗</p> <p>Phylcia hésite puis répond.</p> <p>Phylcia : 880</p> <p>C : 880 carrés ↗ alors tu peux expliquer ↗</p>
33 :21	<p>Des élèves ricanent. Phylcia ne répond pas.</p> <p>C : Phylcia j'aimerais comprendre ↑ tu peux faire un dessin ↗ au tableau peut-être pour répondre à la question ↗ un schéma ↗ Non ↗ surtout pas ↑</p>
33 :36	<p>Des élèves lèvent le doigt (dont Hugo).</p> <p>C : Hugo tu viens le faire au tableau ↗ tu viens faire un dessin ↗ un schéma ↗ pour expliquer combien ↗</p>
33 :51	<p>Hugo : en fait <1> des explications</p> <p>C : allez mets-toi à gauche là-bas à gauche s'il te plaît voilà <1> t'explique rapidement</p> <p>Hugo commence à écrire en vert.</p>
34 :03	<p>E : on voit pas</p> <p>C : oui prends du blanc ↘</p> <p>Hugo écrit une phrase au tableau sans rien dire.</p>
34 :51	<p>C s'adresse à Wissame qui rigole.</p> <p>C : Wissame ↑ tu peux t'arrêter s'il te plaît ↑</p>
35 :00	<p>C : alors moi j'aimerais que Phylcia me dise si elle a compris</p>
35 :06	<p>C : qu'est-ce qu'il écrit là ↗ est-ce que tu peux m'expliquer ce qu'il fait ↗ je ne comprends pas ce qu'il fait</p> <p>Phylcia : ben que il y a</p> <p>C : fini Hugo</p> <p>Phylcia : il y a 80 heu</p> <p>C : ça je sais lire jusque là tout va bien mais pourquoi y aurait-il 80 carrés découpés dans cette grande plaque ↗</p> <p>Phylcia ne répond pas</p> <p>C : Phylcia t'as compris ou pas ↗ <4> je suis d'accord avec ces calculs oui ça 110 c'est 11 x 10 ça oui 88 c'est 11 x 8 mais pourquoi multiplie-t-il 8 par 10 ↗</p> <p>Phylcia ne répond pas</p> <p>C : Phylcia coucou tu sais ou pas ↗</p> <p>Phylcia : parce qu'il y a 80 carrés</p> <p>C : parce qu'il y a 80 carrés ah bon <2> alors Hugo je pense qu'il va falloir que tu expliques</p>
35 :50	<p>Hugo s'approche du rectangle déjà dessiné au tableau.</p> <p>Hugo : là il en rentre huit <1> carrés</p>
35 :56	<p>C : est-ce que c'est clair Phylcia ↗ là tu en as 8 sur la largeur ↘</p> <p>Hugo : 10</p> <p>C : oui ↑ 10 pardon</p> <p>Hugo : et que donc en faisant huit fois 10 on peut calculer heu le total</p>

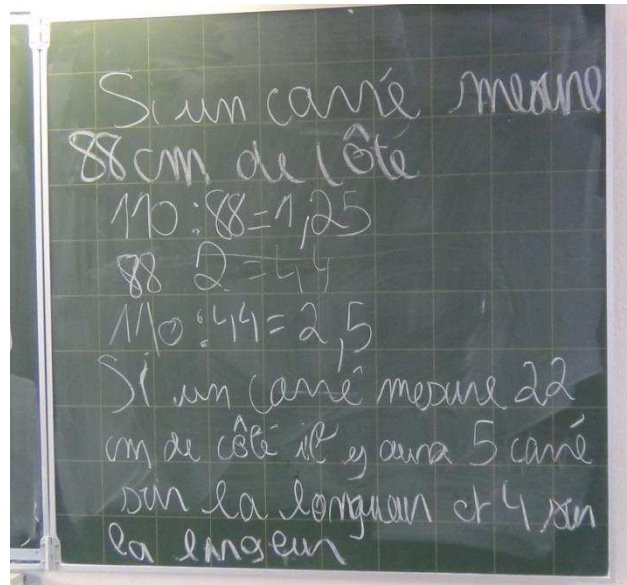


36 :40	<p>C : ça vous fait penser à quoi ↗</p> <p>Plusieurs élèves répondent à la fois. On entend « aire /somme/ surface/ masse/ tu fais la largeur fois la longueur »</p> <p>C : alors est-ce que c'est une aire que l'on calcule là ↗ attention ↑</p> <p>Plusieurs élèves continuent de donner des propositions de réponses.</p> <p>C : chut ↑ chut ↑ oh ↑ oh ↑ alors ça vous fait penser à la surface effectivement vous allez remplir une surface est-ce que c'est une aire qu'on calcule ici ↗</p> <p>Pas de réponse</p> <p>C : moi c'est pas à ça que je pensais mais bon <2> est-ce que le fait d'avoir 80 carrés c'est une aire ↗ 80 carrés c'est aussi une aire Sylvain ↗</p> <p>Sylvain : non pas du tout</p> <p>C : alors pourquoi Phylcia je suis pas convaincue qu'elle ait compris que en ayant 8 carrés ici et 10 carrés ici on ait au total 80</p> <p>Phylcia : ben si</p> <p>C : alors explique moi pourquoi</p> <p>Phylcia : on fait la longueur fois la largeur</p> <p>C : eh oui mais c'est ce qui me gêne ↑ tu fais longueur fois largeur tu fais quoi toi ↗ le calcul d'une ↗</p> <p>Phylcia : une multiplication</p> <p>C : oui une multiplication là je suis d'accord mais quand tu fais longueur fois largeur qu'est-ce ce que c'est que tu calcules ↗</p> <p>Phylcia : une aire</p> <p>C : une aire<2> c'est pas tout à fait ce qu'on fait là</p>
37 :42	<p>C à Clara qui lève le doigt</p> <p>C : Clara tu peux lui expliquer ce qu'on fait réellement ↗</p> <p>Clara : on multiplie le euh le 11 carrés</p> <p>C : Y en a 10 ans en fait</p> <p>Clara : Euh 10 carrés et 8 carrés</p> <p>C : bon et pourquoi ↗ parce que là j'en ai ↗</p> <p>C montre au tableau une bande de 10 carrés puis une autre bande de 10 carrés etc...</p> <p>Clara : euh 10</p> <p>C : et là j'en ai ↗</p> <p>Clara : 10</p> <p>C : combien de fois 10 ↗</p> <p>Clara : fois Huit</p> <p>C : 8 fois d'accord ↗ C'est pas une aire que tu calcules c'est un nombre de carrés</p> <p>C : moi je vous ai posé la question à quoi cela vous fait penser ↗ moi ça me fait penser à une tablette de chocolat pas vous non ↗</p> <p>On entend : ah si ↑</p> <p>C : je cherche dans une tablette de chocolat combien il y a de carrés euh je multiplie le nombre de carrés que j'ai sur une ligne par le nombre de carrés que j'ai sur une colonne voilà puisque c'est tant de fois le nombre de carrés de chocolat sur la ligne</p>
38 :28	<p>Antoine lève le doigt</p> <p>C : Antoine ↗</p> <p>Antoine : moi j'ai trouvé</p> <p>C : t'as trouvé quoi ↗ tu veux répondre à la dernière question ↗ c'est-à-dire au problème posé ↗ on n'a pas fait encore</p> <p>Antoine : Ah</p>
38 :40	<p>C : merci Hugo</p>

38 :43	C : donc tout le monde a bien compris jusque là ↗
38 :47	<p>C : bien alors revenons On entend « à nos moutons » C : ouais à notre question Hugo <1> toi qui lève la main depuis un moment si on revient à notre question posée au départ la première Hugo : je levais la main pour les questions de C : ah non mais vas-y ben tu tu reviens à la question posée au départ ou la consigne déjà découpe dans ces ↗ Hugo : je relis toute la ↗ C : la consigne juste entre les guillemets Hugo : d'accord découpe dans ces plaques des carrés tous identiques les plus grands possibles dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de centimètres et de façon à ne pas avoir de perte</p>
39:25	<p>C : alors qui a répondu à la question posée ↗ qui semble avoir répondu Trois élèves (visibles) lèvent le doigt C : à la question posée ↗ E : les carrés sont de 11 sur 11</p>
39 :38	<p>C : 11 centimètres de côté E : non parce que là C : quelle est la consigne ↗ la consigne c'est ↗ Plusieurs élèves répondent : les plus grands possibles C : les plus grands possibles Mélanie tu lèves la main là ↗ pas du tout ↑ Antoine ↗</p>
39 :53	Antoine : eh ben c'est 22 centimètres parce que
39 :57	C : alors là il va falloir que tu expliques
40 :00	<p>C (en montrant un endroit au tableau) : troisième partie ici allez tou tou tou viens là il va falloir convaincre tes camarades pourquoi 22 pourquoi pas plus puisque tu estimes que c'est le plus grand possible Antoine est venu au tableau</p>
40 :15	Antoine : eh ben déjà avec euh on dit le plus grand possible avec 11 centimètres de côté euh euh je sais pas comment expliquer et parce que moi j'ai pas trouvé comme ça en fait
40 :28	<p>C : fais comme tu as fait Antoine : alors en premier j'ai commencé par dire si ça pouvait être 88 centimètres de côté</p>
40 :35	<p>C : écris le Antoine : donc euh C : si un carré mesure 88 centimètres <2> de côté Antoine écrit la phrase au tableau C : chut ↑ allez ↑ Antoine : si un carré mesure C : qu'est-ce qu'on a ↗ Antoine : après il faudra faire le haut 110 centimètres divisés par euh</p>
41 :25	C (à Wissaime qui rigole): Wissaime je vais être obligée de prendre des dispositions

	Wissaima : excusez-moi
	C : alors on t'écoute
	Antoine : donc après il faut faire 110 divisé par 88 et est normalement si ça serait bon l faut trouver un nombre entier
41 :37	C : et donc ↗
	Antoine : donc ça fait 1 virgule 25 donc c'est pas bon donc après
	C : tu marques que 110 divisé par 88 n'est pas un nombre entier puisque si c'est ce que tu as fait
41 :58	Antoine : je mets 1 virgule 25 ↗ 1 virgule 25 ↗
	C : si tu veux
	E : pourquoi t'as mis 8 ↗
	C : alors pourquoi tu as mis huit ↗
42 :05	Antoine : ah mince
	C : t'es sûr que c'est 8 ↗
	Antoine : non c'est 88
	C : et ça fait bien 1 virgule 25 ↗
42 :16	C : d'accord
	Antoine : donc eh bé ça peut pas être 88 donc après je fais 88 diviser par deux donc ça fait 44 donc euh
	C : parce que tu cherches quoi en fait ↗ pourquoi diviser par deux ↗ tes camarades peuvent te poser la question
42 :42	Antoine : ben parce que si c'est pas 88 c'est forcément en dessous donc j'ai fait la moitié
	C : pourquoi pas 55 ↗ pourquoi 44 ↗ pourquoi tu divises par 2 ↗
	Antoine ne répond pas.Des élèves disent quelque chose <inaudible>
	E : parce qu'il a fait comme ça
42 :56	C : ben non Yanis tu peux l'aider ↗
	Yanis : Ben moi en fait j'ai pas raisonné de la même manière
	C : non mais là ↗ on verra tout à l'heure là ↗
	Pas de réponse
	C : ben revenez à votre dessin ↑ vous faites plus de schémas je comprends pas pourquoi vous ne faites plus de schémas faites un schéma ↑ vous allez le voir <1> qu'est-ce qu'il faut ↗ il faut un nombre entier de ↗
	E : carrés
	C : avec un nombre entier de ↗
	E : centimètres de côté
	C : voilà donc 88 tu dis un carré mesure 88 pas possible ensuite
	Antoine : donc ça peut pas être 88 cm parce qu'il faut pas qu'il y ait de pertes
	C : donc ça peut pas être 88 centimètres de côté on est d'accord alors maintenant tu peux expliquer pourquoi tu divises par deux ↗
	Antoine : ben pour pas qu'il y ait la moitié je sais pas
	C : pour avoir un nombre ↗
	Antoine : entier
	C : ben voilà de centimètres donc c'est bon tu effaces on a compris
	Antoine : 110 divisé par 44
	C : non par deux ça fait 44 donc tu reprocèdes de la même façon ↘ alors vas-y écris c'est bien ↘
	Antoine écrit au tableau
	Antoine :

46 :00	<p> C : d'accord Antoine : alors après j'ai fait par 3 C : est-ce que 88 est divisible par trois ↗ comment on fait pour connaître C : non non pourquoi n'est-il pas divisible par trois déjà E : 8 et 8 ça fait 16 et C : la somme la somme des chiffres n'est pas divisible par trois on termine Antoine ↗ Antoine : après j'ai fait 88 divisé par quatre <2> et ça a donné 22 et 110 divisé par 22 ça m'a donné cinq C : donc ↗ Antoine : cinq carrés de côté 22 centimètres C : alors tu l'écris si un carré mesure 22 cm <5> si un carré de mesure Antoine écrit C : alors 5 carrés sur quoi sur la ↗ Antoine : longueur C : donc marque-le et combien de carrés sur la largeur Antoine : euh <2>ben <2> 4 C : allez sur la longueur donc < 5> et 4 carrés ↗ Antoine finit d'écrire la phrase </p>
--------	--



46 :30	C : bien allez à ta place j'ai quand même une question à poser<1> chut chut <1> Yanis <1> est-on sûr ↗ E : t'as oublié le <inaudible> C : non mais ça va c'est pas grave C : ne notez rien est-on sûr Yanis que c'est le plus grand côté d'un carré possible ↗
46 :57	Yanis : ben oui parce que moi j'ai pris
47 :03	C : non non mais avec sa méthode après tu nous donneras la tienne avec sa méthode à lui est-on sûr qu'on peut pas avoir plus grand ↗ Ambre ↗ Ambre : non C : pourquoi ↗ Ambre : parce qu'il a fait un peu au pif C : au pif ↗ moi je trouve pas Ambre : il a tâtonné C : ah bon ↗ <2> oui il a tâtonné mais il a pas tâtonné n'importe comment ↗ E : non parce que il a divisé par 10 et c'était le le maximum de <inaudible>
47 :37	C : il a pas multiplié il a plutôt divisé hein ↗ E : il a divisé
47 :42	C : donc il a tâtonné soit mais vraiment de manière progressive c'est-à-dire que <1> il a pris le plus grand carré possible en fonction de la largeur 88 centimètres de côté il a vu que ça marchait pas pour avoir des nombres entiers de co<2> centimètres qu'est-ce qu'il a fait ↗ il divise 88 par ↗ par combien ↗ vous avez suivi son raisonnement ou pas ↗ E : par deux C : par deux <2> donc c'est le plus grand qu'il puisse avoir après 88 centimètres ça marche pas après par trois il essaie mais ça marche pas donc par quatre et par quatre ça fonctionne donc il est sûr qu'effectivement 22 centimètres c'est le côté du carré plus grand possible
48 :31	C : Yanis tu peux nous raconter un peu comment tu as fait ↗ puis je pense que l'on va
48 :35	s'arrêter là
48 :44	Yanis : eh bien en fait moi j'ai j'ai pris 11 et puis je me suis dit pourquoi pas tenter le double de 11 C : ah parce que suite aux deux premières questions alors ↗ alors suite aux deux premières questions votre camarade dit 10 ça ne marche pas 11 ça fonctionne donc votre camarade donc c'était vraiment une aide Enzo toi qui m'a dis que c'est pas du tout une aide ↑ tu vois ça l'a aidé Yanis 11 centimètres fonctionne donc il dit ↗ E : pourquoi pas tenter le double C : le double
49 :11	E : et ça va marcher C : et on est sûr que c'est ↗ Yanis : après quand j'ai pris dans ma tête les autres ça fonctionnait pas C : quels autres ↗ ça veut dire quoi les autres ↗ Yanis : 44 C : pourquoi 44 ↗ E : le double de 22 Yanis : parce que c'est le double de 22 C : d'accord
49 :47	Yanis : et puisque ça fonctionnait sur 88 et pas sur 110 je me suis dit que c'est <inaudible> C : d'accord ça fonctionne aussi avez-vous des questions ↗ qui n'avait répondu ni aux deux questions d'aide ni à la question finale ↗

	<p>C : bon ben toi tu étais un peu à part Léa ↗ est-ce que vous avez compris ↗ Léa ↗ tu as suivi c'est bon ↗ Linda ↗</p> <p>Linda : oui oui</p> <p>C : pas de souci ↗ bien vous mettez votre nom sur les feuilles d'accord je vous avais demandé de coller l'aide aussi ça n'a pas été collé</p> <p>E : j'ai pas de colle</p> <p>C : c'est une bonne raison</p> <p>E <inaudible> C : c'est bien ce que je te dis</p>
50 :17	<p>C : je vais relever ces feuilles je prendrai en photo le tableau pour la prochaine fois je vous distribuerais donc les différentes propositions de vos camarades</p> <p>C à un élève : ça donc il faudrait que tu me mettes l'aide... c'est à ce niveau-là ↗</p> <p>E : là</p> <p>C : mince ↑ donc tu as bien fait après l'aide</p> <p>C relève les feuilles</p> <p>C : vous allez <2> vous pouvez ranger vos affaires je distribue les petits tests ↘ chut ↑</p> <p>Mattéo</p> <p>Fin de l'enregistrement.</p>

Retranscription de la vidéo de la séance 9 avril 2013-

Les dires d'un élève sont précédés d'un E sauf s'il est identifié et dans ce cas c'est son prénom qui précède ses dires. Ce qui est écrit au tableau est sur un fond gris foncé ou sur une photo prise *in situ*.

Une intonation « montante » (type interrogatif) est repérée par \nearrow . Une intonation « qui baisse » (type affirmatif) est repérée par \searrow . Les pauses sont signalées par un temps en secondes entre $\langle \dots \rangle$. Lorsqu'une intervention orale (ou une partie) est inaudible cela est indiqué par $\langle \text{inaudible} \rangle$

[illegible]

04: 14	C se tourne vers le tableau pour écrire
04: 16	C : alors la consigne est la suivante <1> vous l'écrivez sur la feuille de papier C écrit en même temps qu'elle dicte
04 :21	C : Quel est le dernier chiffre du nombre 2 exposant 50 ↗ C encadre la phrase au tableau En haut du tableau : Quel est le dernier chiffre du nombre 2^{50} ?
04 :51	C : vous avez droit la calculatrice <1> vous avez droit donc à vos <2> cahiers de leçon d'exercices fin bon etc E : ça sera noté madame ↗ C : ça ne sera pas noté non c'est comme tout exercice à prise d'initiatives ça n'a jamais été noté √
04 :58	Eliot lève le doigt C : alors qui ne comprend pas quoi <1> Eliot ↗ Eliot : c'est-à-dire le dernier chiffre ↗ Le le chiffre de des C : alors que c'est quoi le dernier chiffre pour un nombre ↗ peut-être que je me suis mal exprimée √ Les élèves échangent. On entend : « pour 50 c'est zéro » C : donc c'est le chiffre des ↗ Plusieurs élèves ensemble E : unités C rajoute au tableau en dessous de la première consigne « chiffre des unités » et le souligne deux fois Quel est le dernier chiffre du nombre 2^{50} ? → <u>Le chiffre des unités</u> C : chut E : < inaudible> virgule Madame ↗ C : quoi ↗ E : Et la virgule ↗ C : alors vous <1> oh oh ! Vous allez chercher tout seul d'abord <2> on réfléchit d'accord ↗ E à part : c'est le résultat de C : est-ce que 2 exposant 50 est un <1> nombre ↗ C montre le mot nombre écrit au tableau de la consigne C s'adresse à un élève : alors tu peux répondre ↗ ou pas ↗ C'est quoi 2 exposant 50 E : oui c'est un nombre C : eh bien voilà <2> peut-être qu'il faut que tu te poses des questions est-ce que c'est un nombre entier ou pas ↗ C'était ta question essaye de réfléchir
06 :02	C : allez je vous laisse faire <2> chut chut chut
06 :04	C se trouve à son bureau, à l'ordinateur. Des élèves échangent à voix basse.
06 :45	Un élève prend la parole (sans lever le doigt)
06 :53	E : s'il y a la virgule on peut pas savoir < inaudible> c'est pas forcément le chiffre des unités C à tous : c'est pour ça qu'au départ je vous avais parlé de dernier chiffre donc est-ce que ça peut être autre chose que le chiffre des unités le dernier chiffre du nombre 2 exposant 50 <1> alors commençons par ça est ce que 2 exposant 50 peut être un nombre décimal ↗
07 :12	C : revenez à la définition vous verrez !
07 : 13	C : allez je vous laisse faire √ C passe dans les rangs

07 :24	C à un élève : revois ta définition √
08 :06	C passe dans les rangs, regarde ce qu'ils font, ce qu'ils écrivent (sans échange)
08 :08	C s'arrête devant le bureau de Marina.
08 :58	Marina : <inaudible>. C ne répond pas et s'éloigne
	C : chut
09 :00	Une élève appelle C et montre ce qu'elle a écrit
09 :11	C : on t'a posé une question faut répondre à la question √
09 :32	Une élève appelle C. C lui prête une calculatrice
09 :38	E : Madame !
09 :41	C s'approche. L'élève lui pose une question qui est inaudible
09 :58	C (s'adresse à l'élève et plusieurs écoutent) : si c'est un nombre <1> est-ce que c'est un nombre entier on se pose la question depuis tout à l'heure on se pose la question si c'est un nombre entier
10:00	C (s'adresse à 4 élèves): c'est clair pour tous ou pas ↗
	E : oui...
10 :05	C : si c'est un nombre entier il a bien un dernier chiffre le chiffre des unités
10 :09	C : je veux celui-là !
10 :10	
10 :21	C à Eliot et sa voisine : j'ai dit que je ne voulais pas qu'on efface √
10 :30 à 11 :54	C passe dans les rangs et regarde ce qui a été écrit. 10 :35 se penche sur le travail d'un élève et lui montre un élément du doigt sans rien dire. 11 :13 regarde le travail de Guillaume attentivement (10 secondes) sans rien dire.
11 :54	Thibaud : <inaudible> C ne dit rien
12 :15	C : Eh Eh Marina Marina : c'est pas moi là C : Recherche individuelle
12 :20	Thibaud montre ce qu'il a fait
	C à Thibaud : ce n'est pas possible parce que tu as mis < inaudible>
12 :45	C : T'es peut-être sur la bonne, t'es peut-être sur la bonne piste <1> non
12 :51	Eliot lève le doigt et demande quelque chose. C regarde rapidement ce qu'il a écrit.
12 :56	C : bon
12 :58	C s'adressant à tous C : alors on va faire un point là parce que vous tournez en rond pourquoi <1> pourquoi <1> il faut quand même se poser les questions <1> pourquoi je ne vous ai pas demandé de calculer ce nombre ↗ <2> pourquoi je vous demande uniquement le dernier chiffre vous vous êtes posé la question ↗ E : il a pas d'écriture décimale C : Ah bon ↗ E : enfin il a pas d'écriture euh comme ça (en montrant le tableau) C : attendez attendez <2> vous êtes en train de tout mélanger √ quelle est la définition de 2 exposant 50 ↗ E : ah c'est 50 fois E (un autre) : c'est 2 fois 2 fois 2 <1> 50 fois Eliot : 50 fois fois 2 E : non 2 fois
13 :40	C : 2 <2> multiplié par 2 multiplié par 2 E : 50 fois C : voilà donc y a 50 <1> c'est un produit de ↗
13 :49	E : 50 facteurs

14 :01	<p>C : de 50 facteurs <1> tous égaux à 2 donc vous utilisez la calculatrice tous <2> la plupart <2> vous faites quoi ↗</p> <p>E : < inaudible></p> <p>C : non non c'est pas ça que vous avez fait qu'est-ce que vous avez fait ↗</p>		
14 :06	<p>C se rapproche du tableau</p> <p>C : 2 exposant 50</p> <p>C écrit au tableau (partie de droite) 2^{50}</p>		
14 :12	<p>C : la calculatrice vous donne quoi ↗</p> <p>E : 1,12</p> <p>Des élèves dictent les décimales (0 9 5 9) C écrit en même temps au tableau</p> <p>C : Ouais d'accord ↗ y' a quoi ↗</p> <p>E : fois dix quinze</p> <p>C : alors vous obtenez quoi ↗</p> <p>E : 1</p> <p>C : 1</p> <p>E : 12 enfin</p>		
14 :33	<p>C : alors Guillaume on t'écoute</p> <p>Guillaume : 1 virgule 55 enfin je dis comme ça pour que ça aille vite 899 et 907<2> 907</p> <p>C : 916 ↗</p> <p>Guillaume : 7</p> <p>C : 7 ça là ↗</p> <p>Guillaume : fois 10 puissance 15</p>		
14 :52	<p>C a écrit ... X 10^{15}</p>		
15 :02	<p>C : 15 <1> alors certains m'ont posé la question qu'est-ce que ça signifie</p> <p>Eliot : le résultat de ce <1> chiffre fois 10 <2> 15 fois</p> <p>C : donc c'est ça fois 10</p> <p>E : On prend le résultat fois 15</p> <p>On entend des élèves dire non, puissance 15</p> <p>C : non</p> <p>E (un autre que le précédent) : c'est 10 exposant 15 fois ça</p>		
15 :20	<p>E : Madame il a trouvé</p>		
15 :25	<p>C : Attends chut chut</p> <p>C : alors est-ce que vous pensez que ça (en montrant l'expression à droite) c'est le résultat exact de ça (en montrant 2^{50})</p>		
15 :35	<p>E : valeur approchée</p> <p>C : donc C barre d'une grande croix l'égalité écrite au tableau, pose la craie et s'éloigne du tableau.</p>		
15 :36		<p>Quel est le dernier chiffre du nombre 2^{50}</p> <p>→ <u>le chiffre des unités</u></p>	<p>2^{50} 1,125899907 x 10^{15}</p>
15 :41	<p>C s'adressant à tous : donc qu'est-ce qu'on vous demande ↗ est-ce que je vous demande la valeur <1> le nombre 2 exposant 50 ↗</p> <p>E : non</p> <p>C : non <2> je vous demande quoi ↗</p> <p>E : le dernier</p> <p>C : le chiffre des <1> unités</p>		

16 :00	C : chut donc vous cherchez chut chut C passe dans les rangs. Les élèves se remettent à chercher. Des élèves échangent.
17 :08 17 : 11	C : y en a qui sont pas mal C (à tous, tout haut) : je répète vous êtes <1> vous êtes entrés dans votre euh dans votre recherche ce n'est pas le nombre que je cherche <1> je veux juste son dernier chiffre E : zéro
17 :28	C : tiens-toi bien C : et je veux que vous me le justifiez <2> donc j'attends de vous une justification
17 :43	E : mais comment on peut justifier de <inaudible>
17 :50	C : donc je pense que vous avez compris que la calculatrice là <2> ne servait à <1> rien <2> sauf peut-être pour des calculs annexes
17 :51 17 :56	C s'approche du bureau de Thibaud et sa voisine. C (à Thibaud) : on a dit que ça c'était une valeur approchée <1> y a des chiffres après tu les connais les chiffres après ↗ Thibaud <inaudible> <1> C : on vient de le dire <1>
18 :08 18 :10	C (à Thibaud et sa voisine) : vous auriez mieux fait d'écouter
18 : 31 18 :41	C passe dans les rangs. C en s'adressant à Eliot C : t'as fini presque je te signale Eliot : moi ↗ C : oui Eliot t'as presque fini E : il a copié sur <inaudible> C : non pas du tout il fait pas du tout comme lui
18 :42 18 :49	C (à Eliot) : reviens sur la question qu'on te pose C : si tu reviens là-dessus ça devrait aller C : chut chut
19 :05 19 :21	C s'adresse à un élève C : est-ce que ça fois cinq ça te donne 2 exposant 50 ↗ E : oui <inaudible> C : ah bon ↗ tu penses ↗ <2> reviens à la définition de 2 exposant 50 Les élèves échangent
19 :38	C (à Eliot) : Chut Hé hé Eliot tu tu cherches pour toi on t'a pas demandé de parler de toi tu cherches <1> une fois que tu auras trouvé tu viendras exposer au tableau d'accord ↗ Eliot : <inaudible> C : si <1> ben je <1> on te demande quoi ↗ C : on te demande de faire le calcul <2> je t'ai dit tout à l'heure tu reviens sur la question qui est posée
20 :08 20 :20 20 :30	C à tous : vous vous fourvoyez parce que vous ne savez pas ce qu'on vous demande C en regardant le travail de Matéo : Ah <2> allez C : chut chut chut <2> on demande pas je répète mais vous êtes euh têtus on ne demande pas le résultat (en détachant les 3 syllabes) <1> je ne connais pas le résultat vous ne connaissez pas le résultat je veux le dernier chiffre c'est tout Eliot : le chiffre de quel nombre ↗
20 :48	C (en montrant le tableau) : de celui-là <2> vous pouvez trouver le chiffre des unités
20 :52 20 :54	C : chut C à Thibaud : tu peux la laisser chercher toute seule toute seule

20 :55 21 :12 21 :17	<p>C regarde le travail d'une élève</p> <p>Thibaud : < inaudible></p> <p>C : donc pour toi le dernier chiffre c'est zéro ↗</p> <p>Thibaud : <inaudible></p> <p>C s'éloigne de Thibaud</p>
21 : 38 21 : 58	<p>E : madame vous pouvez re reformuler votre question ↗</p> <p>C : < inaudible></p> <p>E : madame ↗</p> <p>E : est-ce que vous voulez le <inaudible></p> <p>C : Non je veux le chiffre des unités de ce nombre \ y a pas plus simple</p>
22 :03 22 :04	<p>C revient au tableau</p> <p>C : Bon allez on va faire le point <3> chut</p> <p>C efface la partie centrale du tableau (les deux lignes de la consigne)</p>
22 :15 22 :49 22 :54 23 :04	<p>C : vous tirez un trait horizontal là sur votre feuille <3> on va pas donner de réponse <2> on va juste<1> oh oh Fiona on va faire une pause vous tirez un trait horizontal <1> vous marquez dessous première pause<2> ça sera probablement la dernière <2> pause <1> on va essayer de faire le point <2> pour que vous essayiez un peu d'avancer parce que là <1> on s'enlise alors <3> Gauthier c'est bon ↗</p> <p>Gauthier : oui</p> <p>C : plusieurs pistes <1> je vous écoute <1> qui a qui pense avoir trouvé une piste <1> on va essayer de</p> <p>E : Eliot</p> <p>C : alors bon <1> Eliot on n'en parle pas <2> d'abord les autres <1> après on verra <1></p> <p>Thibaud lève le doigt</p> <p>C : Thibaud ↗</p>
23 :12 23 :31 23 :48 24 :13	<p>Thibaud : déjà c'est pas < inaudible> calculer c'est pas</p> <p>C : comment tu peux calculer ↗ Attendez <4> Matéo <3> j'aimerais qu'on écoute<1> c'est possible ↗ Merci <2> sinon on va s'enliser ça sert à rien alors Thibaud</p> <p>Thibaud : c'est pas zéro vu que il faudrait que dans un moment <1> il faudrait que ça se termine le résultat euh du total il faudrait que ça se termine par zéro sauf qu'à aucune étape ça se termine par</p> <p>C : comment tu peux en être certain ↗ Je ne comprends pas est-ce que vous comprenez ce qu'il dit ↗</p> <p>Plusieurs élèves répondent non</p> <p>Thibaud : par exemple quand on calcule 10 <1> fois quelque chose ça fait toujours le même chiffre ça fera toujours zéro</p> <p>C : ça on est d'accord et alors ↗</p> <p>Thibaud : sauf que là y a jamais euh les mêmes chiffres <1> ça change toujours y a jamais zéro</p> <p>C : je ne comprends pas ce que tu me dis <1> ça change toujours ça veut dire quoi ↗ t'as fait quoi ↗ <1> tu fais quoi pour me dire ça ↗</p> <p>Thibaud : j'ai calculé j'ai regardé et</p> <p>C : tu calcules quoi ↗</p> <p>Thibaud : ben euh j'ai fait 2 fois 2 < inaudible></p> <p>C : bon tu es parti de 2 <1> après tu as fait quoi ↗</p> <p>Thibaud : fois 2</p> <p>C écrit au tableau</p> <p>C : 2 fois 2 donc ça c'est 2exposant un <1> 2 exposant 2<1> 2 exposant 3 c'est ça</p>

24 :52	que t' as fait ↗ Thibaud : oui C : et alors ↗ Thibaud : y a jamais un zéro C : y a jamais un zéro t'es allé jusqu'à 2 exposant 50 ↗ Thibaud : < inaudible> oui ↗ C : Ah ! <2> Aurore ↗ Aurore : ben c'est Tom <inaudible>			
25 : 04 25 :07 25 :09 25 :12 25 :24	C : alors Tom ↗ laisse-la Tom : alors C : Tom lui qu'est-ce qu'il a fait ↗ alors vas-y explique Tom : Ben C : Emmanuel tu devrais suivre tu poses cette calculette tu n'en as pas besoin merci Tom ↗ Tom : eh ben je j'ai calculé jusqu'à l'exposant euh C : alors vas-y donnes-en certains Tom : neuf C : alors 2 exposant 4 C écrit au tableau			
25 :26 25 :43 25 :50 25 :57 26 :04 26 :06	Tom : heu 16 heu ensuite 2 exposant 5 heu c'est 32 <2> 64 <1>2 exposant 7 C : chut chut chut Tom : <inaudible> 2 exposant 8 <1>246 C : deux cents ↗ E : 256 Tom : Euh 256 C : On continue ou ↗ Tom : là c'est bon C : bon ça va donc votre camarade se préoccupe de quoi ↗ Tom : du dernier chiffre C : du chiffre des unités C : 2 <1> 4 <1> 6<1> 2 4 8 6 En même temps C entoure le chiffre des unités de chaque résultat			
	<div><div><div><div>2¹ → 2</div><div>2² → 2x2= 4</div><div>2³ → 2x2x2= 8</div><div>2⁴ → 16</div><div>2⁵ → 32</div><div>2⁶ → 64</div><div>2⁷ → 128</div></div><div><div>2⁸ → 256</div></div><div><div>2</div><div>4</div><div>8</div><div>6</div></div></div></div> <div><div>2⁵⁰ 1,125899907 x 10¹⁵</div></div>			
26 :14 26 :15	Là ça va être 2 C : qu'est-ce que tu as <2> supposé ↗ Tom : ben que les mêmes nombres reviennent fin quand on multiplie par deux ça < inaudible> C : Alors déjà première première chose 2 exposant 50 c'est un nombre qui est comment ↗ nécessairement ↗ E : pair			

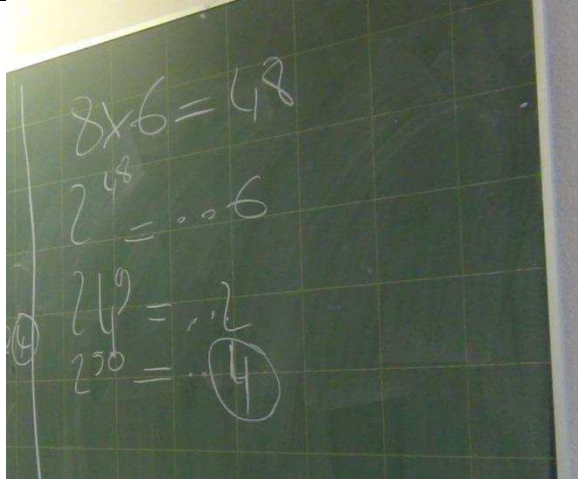
26 :36	<p>E : pair E : entier C : entier pourquoi t'as posé la question toute l'heure de savoir s'il était décimal ou pas c'est pas évident ça ↗ que 2 exposant cinquant' alors il est entier mais il est quoi ↗ E : pair C : il est forcément pair donc il se termine par quoi ↗ E : un chiffre pair C : c'est-à-dire ↗ E : 0 2 4 6 8</p>
26 :56	<p>C (en montrant Thibaud) alors 0 il a dit que ↗ E : c'est pas possible 2 4 6 8</p>
27 :01	<p>C : apparemment zéro donc votre nombre le 2 exposant 50 là il se termine soit par 2 soit par 4 soit par 8 soit par 6 <2> Eliot : alors on fait 50</p>
27 :14	<p>C (en coupant la parole) : je vous laisse terminer <2> la recherche</p>
27 :19 27 :21 27 :25	<p>Matéo : c'est bon ou pas là madame ↗ C s'approche du bureau de l'élève et regarde son travail C : c'est une autre méthode toi tu l'as démontré <2> Chut allez C prend la feuille de Matéo et vient me la montrer\ C me dit : là c'est la démonstration...</p>
28 :12	<p>C : Chut Eliot : madame, je comprends pas <inaudible> C : eh bé tu réfléchis un peu</p>
28 :33	<p>C : Matéo essaie de voir si comme ça tu retrouves ce que t'as fait comme ça tu restes pas sans rien faire\</p>
28 :42	<p>C à une élève : Ah ↗ ça a changé depuis toute à l'heure ↗ C : chut</p>
28 :58	<p>C s'approche du bureau de Thibaud Thibaud : <inaudible> C acquiesce</p>
29 :11	<p>C à un élève : t'as trouvé ↗ Ah tu avais décalé E : ouais</p>
29 :19	<p>C : chut chut chut chut</p>
29 : 19 à 29 : 43	<p>C circule dans les rangs sans rien dire. Des élèves échangent C se replace au tableau face à la classe. Elle regarde sa montre. Début 2eme partie (enregistrement en suivant reprise 00 :00 correspond à 30 :00)</p>
30 :00 à 30 :09	<p>C attend ; elle est au tableau.</p>
30 :10	<p>C : Bon</p>
30 :11	<p>E : attendez Madame</p>
30 :22	<p>C : Chut C attend, elle est toujours au tableau.</p>
30 :25	<p>C : Méthode un peu longue quand même E : Ouais C : dans laquelle on risque de se tromper <2> parce qu'il faut être <1>méthodique E : faut compter</p>
30 :44	<p>C : Faut compter faut pas se tromper en comptant <6> tout le monde a ↗ C'est bon ou pas ↗ E : Non</p>

	Guillaume : Non s'il vous plaît madame<1> Attendez C : Guillaume allez
30:57	C : parce que vous êtes tous <3> Guillaume tu as trouvé ou pas ↗ Guillaume : presque
31 :07	C : Chut C attend
31 :12	C : Qui a écrit <2> tout ça 50 fin <2> jusqu'au numéro 50 ↗
31 :22	E : moi <inaudible> 10 <inaudible>
31 :28	C : Bon alors justement on va voir E : ça revient tous les quatre fois
31 :32	C : ouais donc C attend
31 :36	Guillaume : c'est bon j'ai fini C : ça y est t'as trouvé combien Guillaume ↗ Guillaume : Euh 4 E : moi aussi
31 :39	C : qui a trouvé pour dernier chiffre quatre ↗ Plusieurs élèves lèvent le doigt C : les autres restent <2> bon baissez la main
31 :47 31:57	C : alors chut chut chut C attend↘ C : Dans <1> Thibaud <1> dans ce que je vois effectivement je vois que vous avez tous pris 2 exposant 1 <1> 2 exposant 2 <1> 2 exposant 3 <1> 2 exposant 4 puis vous avez continué jusqu'à 2 exposant ↗ C montre au tableau en même temps E : 50 C : c'est un peu lourd donc on voit effectivement que ça revient<1> que suffit-il de faire ↗ Aurore ↗
32 :17	Aurore : ben on ça sert à rien de calculer avec les autres vu que c'est tous les quatre C : oui donc ↗ Aurore : Et y a une opération qui permet de savoir mais j'y arrive pas à trouver c'est laquelle E : c'est 50 divisé par huit On entend : par quatre C : pourquoi par huit ↗ E ₁ : ben non par 4 E ₂ : par 4 E ₃ : moi j'ai C : chut chut Guillaume (en lisant sa feuille) : moi j'ai 2 exposant 8 ça fait 256
32 :37	C : alors <2> donc tu as fait une autre méthode ↗ Guillaume : j'sais pas C : on va voir tout à l'heure tu la gardes (à un autre élève qui lève la main) tu la gardes aussi on verra à la fin
32 :45	C : alors je reprends vous avez 2 exposant 50 à trouver <2> d'accord ↗ Comment faire pour ne pas aller jusqu'à (C se baisse petit à petit) pour ne pas pour ne pas écrire ça 50 fois C désigne Eliot qui lève le doigt Eliot : 2 puissances 50 c'est égal à 2 puissance 10 fois 2 puissance 10 C : oui non mais on reprend <1> on parle de cette méthode là (C encadre au tableau)

	celle-là après on verra tout à l'heure <2> ça ça en est une autre <1> qui marche très bien
33 :16	Une élève explique ce qu'elle a fait E : on a qu'à calculer < inaudible>
33 :17	Thibaud (fort en levant le doigt) : Madame vous pouvez ↗ C : Ah vous faites comme ça oui
33 :22	C : Thibaud ↗ Thibaud : on pouvait aller jusqu'à jusque <1> 10 C : C'est ce que dit ta tes camarades <1> 2 4 8 6 2 4 ça c'est Thibaud : 10 C : les 10 premières C entoure au tableau
33 :34	Thibaud : après on sait < inaudible> C : Et donc 20 30 40 50 donc c'est effectivement 4 C entoure le quatre au tableau E : quatre
33 :44	C : quatre ou bien ↗ L'opération dont parlait euh votre camarade c'était quoi ↗ <1> vous faites des paquets de combien ↗ Qui reviennent à chaque fois E : de quatre C : de quatre donc ↗ Paquet de quatre E : quatre fois On entend : 50 C : alors 50 égale quatre fois quoi ↗ E : 12,5 Plusieurs élèves répondent à la fois <inaudible> C : n'importe quoi mais non c'est pas E : 48 C : donc quatre fois 12 vous faites 12 paquets complets <2> d'accord ↗ E : ça me rappelle C : ça vous rappelle ↗ E : plus 2 C : donc vous avez 12 paquets complets plus 2 le dernier chiffre c'est ↗ E : quatre
34 :28	C : quatre <3> donc ça effectivement alors ça c'est la méthode de Tom c'est-à-dire que Tom il a vu que 2 4 8 6 et ça revenait chaque fois le dernier chiffre c'est cyclique y a un cycle de 4 c'est 2 c'est 4 c'est 8 c'est 6 bon Matéo <1> viens
34 :49 35 :05	C efface le tableau (partie centrale) et Matéo prend sa feuille, se lève, C lui donne une craie↘ Il commence à écrire
35 :05	C : Mateo lui <2> tu peux dire ce que tu fais Mateo : bon cinq fois 2 puissance 10 est égale à 2 puissance 50 C : Ah tu fais ça Mateo a écrit en au tableau $2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10}$
35 :32	C : donc ça c'est égal à quoi ↗ E : à 1024 Matéo commence à écrire 1024 en dessous du premier 2^{10} C : chacun non mais le total Matéo : Ah Matéo rajoute = 2^{50} à la suite de ce qu'il avait écrit $2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} = 2^{50}$
35 :45	Puis il écrit 1024 en dessous de chaque facteur

	$2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} = 2^{50}$ $1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024$
35 :48	C : 2 exposant 10 ça vous disez rien ↗ Thibaud il s'est souvenu que 2 exposant 10 <1> on l'avait avec vu en activité à part qu'il s'est trompé dans la valeur mais bon Matéo entoure chaque 4 des nombres 1024 en disant « tac » à chaque fois
36 :07	C : donc pourquoi tu t'intéresse qu'à ces chiffres-là ↗ Matéo : ben parce que ça va finir par <inaudible> C : mais non mais qu'est-ce que tu cherches qu'est-ce qu'on te demande ↗ Matéo : ben le dernier chiffre C : le chiffre des unités donc quand je fais des multiplications comme ça pour avoir le chiffre des unités c'est quoi ↗ Matéo ne répond pas C : c'est le produit de quoi ↗ Matéo : ben de 4 fois 4 fois 4 C : ben des chiffres de des chiffres des unités oui donc on y va 4 fois 4 ↗
36 :37	Matéo : 16 <2> 16 fois 16 ça fait 256 C : écris le écris le parce que tes camarades sinon ils ne vont pas comprendre Matéo : 16 fois 16 ça fait 256 Matéo écrit en au tableau.
37 :17	C : Oh il y a une égalité qui est fausse là
37 :20	Matéo : Ah bon ↗ C : regarde bien ce que tu as écrit ↗
37 :30	Matéo : 4 fois 4 fois 4 fois 4 fois 4 C : ça ça va égale
37 :33	E : Ah ouais t'as oublié le 4 Matéo : ah oui fois 4 Matéo efface un nombre
37 :41	C : Mets le devant t'as la place devant Matéo : ça fait 16 fois 16 ça fait 256 fois 4 ça fait 1024 Matéo rajoute = 1024 C : et donc ↗
37 :50	Matéo entoure le 4 du nombre 1024
37 :53	(tableau à 37 : 49)
37 :57	C : chiffre des unités 4 Matéo revient à sa place E : <inaudible> C : ben non il a calculé que le chiffre des unités là <1> il a pas tout calculé là C est revenue au tableau et montre les calculs
38 :01	C : il a dit que ce produit (en montrant la première ligne) est égal à celui-là (en montrant la deuxième ligne) il s'intéresse qu'aux chiffres des unités (en montrant les 4 entourés) puisque dans un produit c'est <1> le résultat <1> d'un produit d'accord <2> le chiffre des unités <1> des unités du résultat d'un produit c'est forcément le produit ben le chiffre des unités <2> du produit des résultats ben du je sais plus comment hein bon voilà et donc du coup il prend le chiffre des unités de chacun des facteurs <1> il multiplie il a il prend le chiffre des unités du résultat <1> il est sûr que c'est le chiffre

38 :47 38 :49	de des unités de son résultat final Eliot : ça personnellement je < inaudible> C : mais tu avais ta calculette tu a écrit ça (en montrant la deuxième ligne) je te signale toi Eliot : oui
39 :08	C : tu as écrit 1024 <1> le seul souci c'est que tu as essayé toi <1> de calculer 1024 exposant 5 et que la calculatrice te donne une valeur approchée Eliot : Mais pourquoi elle fait ça ↗ C : Ben parce qu'elle a pas assez de <2> de cellules <1> pour mettre les nombres donc elle ne peut pas te donner <1> est-ce que ↗ y a d'autres questions ou pas ↗
39 :18	E : pourquoi tout simplement on < inaudible> C : quoi ↗ E : pourquoi tout simplement pas essayer de <inaudible> valeur approchée↗ C : T'as vu la question qu'on te posait <2> voilà <1> parce que tu il faut que tu répondes à une question
39 :29 39 :37	Guillaume lève le doigt. C : Guillaume ↗ Guillaume : moi j'ai fait euh C : y avait une autre méthode oui Guillaume : moi j'ai fait qu'est-ce qui fois huit se rapproche le plus de 50 C : viens ici
39 :38 39 :50	Guillaume se lève et va au tableau avec sa feuille C : Tires un trait vertical à droite Guillaume : là ↗ C : ben oui tu te mets à droite t' as la place là-bas ou pas ↗ Guillaume : oui ça va C : allez vas-y <inaudible> tu suis
40 :09 40 :15 41 :00	Guillaume : c'est où 2 exposant huit ↗ C : 2 exposant 8 on l'a enlevé <2> donc 2 exposant 8 on a 256 Guillaume le réécrit C : d'accord Guillaume : moi <1> j'ai cherché euh le nombre <1> qui multiplié par 8 va se rapprocher le plus de 50 donc c'est 2 fois 8 égale 2 fois 6 euh 6 fois 8 égale 48 C : oui Guillaume écrit l'égalité au tableau C : très bien Guillaume : donc là on sait que euh 2 exposant 48 c'est égale à six parce que C : non le chiffre des unités Guillaume : le chiffre des unités (en montrant au tableau un calcul précédent) C'est 6 C : très bien Guillaume : là c'est pareil C : Ouais Guillaume écrit la deuxième ligne Guillaume : Et après on fait 2 exposant 49 on suit le cycle Guillaume écrit la troisième ligne C : si tu veux Guillaume : ça fait euh fois 6 le dernier chiffre à c'est 2 C : donc toi tu avais très bien vu la division euclidienne <2> parce qu'il s'agit de ça l'opération de d'Aurore là

	<p>Guillaume : < inaudible> on peut entourer</p> <p>Guillaume a écrit la quatrième ligne. Il entoure le chiffre 4</p> <p>C : oui</p>
	 <p>Tableau à 11 :11</p>
41 :12	<p>C : vous entendez ce que <1> très bien Guillaume √ ça me va très bien √</p> <p>Guillaume revient à sa place</p> <p>C : vous avez entendu ce que disait Aurore ↗</p> <p>E : non</p>
41 :19	<p>C : Aurore vas-y tout fort</p> <p>Aurore : on peut faire 2 euh directement de tête < inaudible></p> <p>C : pas plus</p> <p>Aurore : fois</p>
41 :36	<p>C : fois et après faut trouver <long> la méthode la plus rapide la plus judicieuse pour trouver facilement euh ce ce fameux dernier chiffre</p>
41 :40	<p>C : conclusion ↗ <2> est-ce que c'était difficile</p> <p>E (plusieurs) : oui</p> <p>E : à comprendre</p> <p>C : qu'est-ce qui vous a gêné</p> <p>Eliot : la question</p> <p>C : je pense que c'est ça oui effectivement pourquoi la question vous a gêné ↗ <1> parce que habituellement quelle est la question qu'on vous pose ↗</p> <p>E : calculer</p> <p>C : calculer donc là il fallait s'intéresser qu'à quoi ↗</p> <p>On entend chiffre</p> <p>Eliot : à un chiffre</p> <p>C : à un seul chiffre du résultat <2> mais certains d'entre-vous pensaient qu'on ne pouvait pas trouver ce chiffre sans auparavant calculer</p> <p>E : le résultat</p> <p>C : le nombre <1> donc effectivement vous étiez dans une impasse</p>

42 :20	C : donc conclusion quand vous avez un énoncé comme ça première chose vous lisez la consigne deuxième chose vous faites bien attention à ce qui est demandé c'est à dire que là si on n'a pas dit <1> il faut faire preuve d'un peu de psychologie si on n'a pas dit calculer le nombre 2 exposant 50 c'est peut-être que y a une bonne raison <1> pour ça d'accord ↗ on vous a bien dit déterminer <1> ou donner <2> le chiffre des unités ou le dernier chiffre du nombre d'accord ↗ Bien
42 :56	C : Euh je relève vos feuilles vous avez mis vos noms ou pas ↗ Thibaud C relève les feuilles Thibaud : on pouvait faire par essais C : hein ↗ Thibaud : on pouvait faire par essais
43 :27	C : c'est ce que disait Aurore je peux écrire 2 exposant 25 oui d'accord allez <1> très bien <1> partie exercices
44 : 15	C relève les feuilles C : chut chut partie exercices Aurore : j'ai pas mis mon nom
44 :28	C : ben tant pis elle saura pas que c'est Aurore Fin de l'enregistrement.

Le déroulement du temps est indiqué dans la colonne de gauche

Entretien post de la séance de Camille du 9 avril

Nos questions sont précédées d'un I. Celles de Camille sont précédées d'un C.

I	0min00	alors ↗ C..... que penses-tu de cette séance de 4 ^{ème} sur 2 exposant 50 ↗
C	0min09	Heu <2> alors ils sont bien rentrés dans l'activité même s'il a fallu faire un point et un bilan enfin un petit point au tout début parce qu'ils se posaient des questions un peu bêtes <1> me semble-t-il ↘ Heu <2> notamment sur les nombres entiers<1> nombres décimaux <1> quel était le dernier chiffre heu<1> bon enfin<1> passons ↘ heu <2> ensuite<1> ils avaient<1> je pense ils avaient effectivement pas bien perçu qu'on leur demandait juste le dernier chiffre et pas le calcul complet donc ça c'est vrai que ça les a déstabilisés ↘ donc je trouve que c'était une séance<1> somme toute<1> bénéfique parce je pense que qu'ils feront peut-être un peu plus attention aux questions posées me semble-t-il ↘
I	0min51	d'accord ↘ par rapport à la formulation <1> ce qu'on a dit en dernier ↗
C	0min53	Oui ça je pense que c'était bien pour eux après heu moi j'étais un peu déçue par le (allongé) bon effectivement 1 élève a vu que ça « bouclait » que ça revenait qu'il y avait un cycle ils m'ont pas parlé de nombres pairs il a fallu vraiment leur tirer les vers du nez parce que en fait c'était ça quoi ↑ <1> alors c'est vrai que le gamin qui a dit « ça se termine pas par 0 » soit mais bon ça se termine ou par 2 ou par 4 etc bon ça il ne l'avait pas vu donc c'est vrai que ça c'est un peu décevant parce que ce sont quand même de très bons élèves ↘ Et (très long) et bon eh bien moi je suis relativement contente parce qu'il y a eu quand même certaines <1> heu <2> il y a plein de choses qui sont ressorties <2> malgré tout ↘ donc heu voilà ↘
I	01m40	d'accord merci ↑

Annexe 9 : Corpus de Pascale– Séance en classe de 3^e- 2 avril 2013

Entretien *ante* du 2 avril 2013 (3 min)

Nos questions sont précédées d'un I. Celles de Pascale, d'un P.

(0:00:00) I	bonjour P...., alors, donc, <heu> je voudrais savoir, déjà, à quels niveaux tu proposes des exercices à prise d'initiative, comme on les a définis ↗
(0:00:13) P	alors, plutôt en troisième mais j'en ai testé quelques-uns en sixième et cinquième,
(0:00:19) I	D'accord.
(0:00:20) P	mais rarement, c'est vraiment « testé » quoi : j'ai dû en faire deux exercices en sixième et deux exercices en cinquième.
(0:00:28) I	OK.
(0:0 :29) P	Un peu formalisé la semaine dernière voilà, avec une trace écrite. Voilà, mais sinon plutôt en troisième.
(0:00:36) I	D'accord. Alors ensuite, dans quelles ressources tu les choisis ↗
(0:0 :39) P	alors, je les ai choisis souvent sur Transmath et Zénus. mais là, j'ai aussi choisis dans la banque d'exercices du socle commun proposée sur éduscol, parce que c'est très très bien fait
(0:00:54) I	OK.tes critères de choix ↗ c'est-à-dire <heu> , soit c'est parce que c'est indiqué dans le livre ou alors c'est d'autres critères ↗
(0:01:01) P	voilà, soit c'est indiqué par <heu> dans le livre et je les choisis surtout <heu> alors souvent je les ai deux heures d'affilée donc on en fait une fois par semaine- j'anticipe peut-être sur les questions- mais du coup ça me permet de couper un peu le chapitre, qui peut être un peu long pour eux sur deux heures.
(0:01:17) I	d'accord.
(0:01 :18) P	donc voilà ça me permet de temps en temps de couper c'est vraiment <heu> me dire que je vais revoir une notion par exemple sur la moyenne s'amuser un petit peu sur un exercice de moyennes↘ <1> ou ça peut être vraiment un exercice vraiment du socle, mais guidé dans le <heu> pas guidé mais dans le sens <heu> voilà, y a une feuille papier ils ont vraiment une trace écrite voilà <1> qui est plutôt individuelle<1> et voilà mais souvent ça peut être aussi une trace collective.
(0:01:45.1) I	d'accord. Et par rapport à tes objectifs sur ces exercices particuliers ↗ qu'est-ce que tu vises ↗
(0:01:53) P	je veux qu'ils réfléchissent <2 > qu'ils soient amenés à se poser des questions <2> avoir un regard critique donc par rapport à ce qu'ils peuvent lire aussi<1> donc c'est l'exercice que j'ai choisi cette après-midi <1> d'avoir un

	regard critique sur un slogan qui portait sur la vie <heu> courante en fait<3> et ne plus avoir peur <bé> de chercher, de se tromper <heu> et.. voilà <1> d'essayer, d'essayer de se dire que si on n'y arrive pas eh bien ce n'est pas grave on a essayé quoi<1> voilà <1> de plus avoir une feuille blanche<1> éviter la feuille blanche↘
(0:02:22) I	D'accord. Et alors, en général, ça te prend combien de temps <heu> la recherche et la correction ↗
(0:02:33) P	Ça prend 10 minutes de recherche individuelle, souvent ils travaillent après à deux, ou en groupe ou à 4, donc ça me prend une demi-heure, trois quarts d'heures en tout, le temps d'avoir la trace écrite ↘ souvent, on fait, je fais passer deux groupes au tableau parce que généralement, eh bien les réponses se regroupent un petit peu, donc j'essaie de pas faire passer deux réponses un peu différentes, quoi, deux raisonnements différents <heu> mais je suis passée dans chaque groupe pour expliquer, pour valider une réponse ou <heu>, voilà.
(0:02:58) I	d'accord↘
(0:02:59) P	et après on a une petite mise en commun, mais qui, qui prend parfois peu de temps parce que, parce que, la phase de recherche a été longue.
(0:03:07) I	d'accord très bien merci
(0:03 :09) P	avec plaisir.
Fin de l'entretien.	

Retranscription de l'enregistrement audio de la séance du 2 avril 2013

Cette retranscription débute au moment où les élèves travaillent la TNGL. Ce qui est dit par le professeur est précédé d'un C. Les éléments de contexte sont écrits en vert. Les dires d'un élève sont précédés d'un E sauf s'il est identifié et dans ce cas c'est son prénom qui précède ses dires.

10 :26	P : allez on va faire donc une petite activité↘ vous prenez votre cahier de brouillon ou évidemment votre cahier d'exercices <1> vous avez droit de faire vos recherches dessus <1> y a pas de souci. P distribue les fiches E : on aura droit à la calculatrice ↗ P : vous avez droit à la calculette Un élève demande si on peut travailler à deux. P répond qu'elle ne sait pas encore.
11 :06 11 :08	P : allez je vous laisse lire voilà en silence tranquillement Les élèves lisent la consigne.
11 : 57	P : donc on va lire la consigne ensemble <2> donc l'activité « une chance sur deux ». P lit la consigne (les deux phrases encadrées bien distinctement) :

12 :09	que penses –tu de ce slogan et du titre de ce jeu explique ton raisonnement en présentant ta démarche et tes calculs.
12 :34	P : donc voilà la consigne <2> donc vous devez répondre à ces deux à cette question donc en expliquant évidemment<1> le raisonnement et en essayant évidemment de me le présenter <euh> correctement <1> bon il faut que vous soyez capable c'est une compétence de présenter votre raisonnement la
12 :40	démarche que vous avez suivie
12 :44	P : vous m'appellez si vous avez besoin <1> vous levez main oui ↗ E (s'adressant à P, à voix basse) : le slogan c'est une chance sur deux de gagner ↗ ou une chance sur deux ↗ P : oui <1> une chance sur 2 de gagner <1> le slogan.
13 : 07	E (<i>demande en montrant sur sa feuille</i>) : le titre c'est ça ou ça ↗ P : le titre donc c'est une chance sur deux et le slogan c'est une chance sur deux de ↗ E : gagner P : de gagner <i>Un élève la main</i> P : oui Nathan : là c'est <inaudible> là c'est un lot ↗ 13 :40 P : un lot (<i>en insistant sur le un</i>) 13 :41 P s'adresse à un élève : vous avez d'autres questions à poser ↗ E : non c'est parce que j'ai fait un calcul et il faut qu'il le retape à la calculette <1> mais vous avez votre calculette ou pas ↗ E : non c'est pour ça.
13 : 51	<i>P circule dans la classe en regardant ce qu'on écrit les élèves.</i>
15 :12	<i>Un E lève la main. P s'approche.</i> E : là si c'est une chance sur deux c'est que <inaudible>
15 :18	P : il faut essayer de lire toutes les données.
15 :50	P (<i>s'adressant un élève</i>) : vous avez fini ↗ E : euh non je sais pas
16 :04	<i>Un élève demande: je ne sais pas comment m'y prendre. <inaudible></i> P : qu'est-ce que c'est le slogan ↗ E : le slogan c'est <euh> une chance sur deux. P : une chance ça vous fait penser à quoi ↗ E : je ne sais pas (inaudible) P : oui il y a autant de chances de gagner que de ↗ E : de perdre. <inaudible> <i>je pense que c'est pareil</i> P : ça vous fait penser <inaudible> E : <inaudible> je pense que c'est pas vrai. c'est pas très cher. Il y aura des personnes qui pourront gagner ça alors qu'il y en a plein qui vont gagner des sommes <inaudible> mais c'est nul. P : c'est quoi nul pour vous ↗ E : c'est pas nul mais... 2 euros je sais pas <i>Le reste de l'échange est inaudible.</i>
16 :48	<i>Nathan et une fille F échangent :</i> Nathan : eh je crois qu'il y a un truc qui est quand même bizarre c'est un tout ça. F : en fait regarde. Ils nous disent une chance sur deux ça veut dire que tu prends deux tickets t'en a forcément un gagnant alors que pas du tout tu peux prendre deux tickets ils peuvent être les deux perdants Nathan : mais s'ils les ont pris de trois euros ↗ il doit <inaudible> c'est quoi ce truc ↗

	<p>F : oui si tu gagnes 2 € t'as pas gagné t'as quand même perdu 1 €.</p> <p>Nathan : ah ouais tu ne l'as pas encore dit ↗</p> <p>F : je vais le dire.</p>
17 :24	<p>E : Madame ↗</p> <p>P : oui</p> <p>P s'approche de l'élève. Cet élève a calculé la somme gagnée par l'entreprise.</p> <p>P : vous alors vous qu'est-ce que vous faites ↗</p> <p>E : sachant qu'un ticket ça fait trois € pour pouvoir <inaudible> alors 750 000 tickets à trois € alors je calcule <2> plus 232 749</p> <p>P : à quoi correspond cette somme ↗</p> <p>E : ça c'est quand on achète sachant que si on achète tout ça <inaudible> à trois euros ça fait tout ça si on achète 750 000</p> <p>P : là on vous demande lisez bien la consigne d'accord on ne vous demande pas si vous dépensez si on achète 750 000 tickets à 3 € qui va gagner cette somme ↗</p>
18 :02	<p>E : les gens le vendeur.</p> <p>P : le vendeur <1> mais quand on parle d'une chance sur 2 de gagner on s'adresse à qui ↗ on s'adresse au vendeur ou ↗</p> <p>E : au vendeur</p> <p>P : Au vendeur ou à l'acheteur ↗</p> <p>E : à l'acheteur.</p> <p>A l'acheteur donc il va falloir se placer du point de vue de ↗</p> <p>E : du vendeur non de l'acheteur.</p> <p>P : de l'acheteur là on est vis-à-vis de là on a un regard critique par rapport à si on se place en tant qu'acheteur.</p> <p>E : c'est le vendeur qui a une chance sur deux de gagner</p> <p>P : est-ce que vous pouvez pas vous placez déjà sur heu vous êtes acheteur vous achetez un ticket</p> <p>E : je sais pas moi j'ai une chance sur deux</p> <p>P : trois fois 750 000 euros là c'est la somme d'argent que l'entreprise quoi que la société de jeu va gagner en vendant 750 000 tickets</p> <p>E : heu</p>
19 :08	<p>P (s'adresse à la classe) : quand on parle de chance on parle de quoi ↗ quand est-ce qu'on a vu ce mot-là ↗ le mot chance ↗</p> <p>Plusieurs élèves répondent : en proba / probabilité</p> <p>P : en probabilité on les a vus d'accord. Mais c'est quoi ↗ quand on a cherché la probabilité ↗ ça (en montrant dans un cahier) c'est sur une situation d'équiprobabilité.</p> <p>C'était quoi ↗ C'était le nombre ↗ C'était quoi la définition ↗ La propriété ↗ d'une situation ↗ Reprenez votre cahier de cours.</p>
19 :45	<p>P s'adressant à un autre élève : qu'est-ce que vous avez fait ↗</p> <p>P regarde ce qui est écrit : ok <1> d'accord c'est pas mal ça aussi on va voir dans quel sens on va se placer</p>
20 :02	E : j'en ai rajouté.
20 :03	<p>P : vous en avez rajouté <1> ah ↑</p> <p>P lit la production ;</p>
20 :08	<p>P : ah ↑ vous êtes rendu compte qu'il y a une donnée qui était quand même utile là</p> <p>E : oui</p>
20 :15	<p>P : d'accord ça dépend du sens de ↗ du mot ↗</p> <p>P (parle plus fort en s'adressant à tous) : il va falloir qu'on réfléchisse sur le sens</p>

	<p>du mot ↗</p> <p>E : gagner</p> <p>P : gagner</p>
20 :12	P circule dans la classe. Des élèves échangent.
21 :27	<p>P : vous essayez de vous mettre par deux pour voir un petit peu ce que vous avez..</p> <p>Certains élèves se tournent d'autres se déplacent. Un groupe de 3 se forme.</p> <p>P : à trois si vous voulez avec ... puisqu'elle n'est pas là.... <2> non pour l'instant vous vous mettez à deux</p> <p>22 :00 P : allez dépêchez-vous.</p> <p>22 :03 P : vous vous êtes mis à deux là ↗</p> <p>22 :10 P : vous vous mettez à deux là pour voir ↗</p> <p>P incite ceux qui ne se mettent pas à 2. Les élèves cherchent et échangent.</p> <p>P s'approche d'un groupe qui a calculé un pourcentage (échange inaudible).</p>
23 : 38	<p>P s'approche d'un groupe de 2 (Nathan et une fille).</p> <p>Nathan (en montrant son cahier) : moi c'est mieux parce que c'est plus long ↑ (rires).</p> <p>P : ce n'est pas longueur qui fait que c'est mieux.</p>
24 :14	<p>Le niveau sonore monte.</p> <p>P : Chut...</p> <p>P s'adresse à un groupe : alors ↗ vous avez pareil vous ↗</p>
24 :40	<p>P s'adresse à un groupe : alors ↗ vous avez communiqué un petit peu à deux ↗</p> <p>P : vous voulez passer au tableau peut-être ↗</p> <p>E : <inaudible> on va essayer</p> <p>P : alors chut chut ↑ pas tout écrire mais vous pouvez écrire tout le raisonnement</p> <p>on va essayer de faire quelque chose alors vous choisissez entre les deux qui veut passer au tableau pour nous expliquer un petit peu ↗</p> <p>E : nous on a finis aussi ↑</p> <p>Le groupe s'entretient avec P.</p>
25 :33	Début de la phase de mise en commun
25 :33	<p>P : alors on va regarder <1> donc on a certains qui ont trouvé que le ... je vais effacer ça déjà (P efface le tableau)</p> <p>alors qui vient ↗ un groupe : Nathan vous m'avez dit ↗ d'accord et ensuite un autre groupe là parce que après ça sera trop < inaudible> Marion ↗ ou peut-être pour changer parce que vous êtes passée au tableau</p> <p>P : vous voulez y aller ↗</p> <p>E : non</p> <p>Marion est d'accord.</p> <p>P : allez Marion qui était stressée va passer au tableau.</p> <p>Les deux élèves passent au tableau le tableau est partagé en deux colonnes et ils écrivent en même temps.</p> <p>P : alors voilà il dit Paul s'il vous plaît</p> <p>Des élèves rigolent (se moquent de Nathan)</p> <p>P : laissez-le ↑ chut</p>
26 :56	<p>P : alors par contre vous allez pas tout écrire ↑ vous allez nous faire les calculs que vous avez fait hein ↗ Regardez</p> <p>Des élèves font des (sur l'orthographe Nathan a écrit « parceque » au lieu de parce que. Un élève lui dit que c'est détaché...).</p> <p>P : par contre vos commentaires vous allez les garder pour vous. On est bien</p>

	d'accord. d'accord ↗ je pourrai vous envoyer au tableau et faire les mêmes remarques <1> c'est pas très agréable ↘
27 :26	<p>Nathan a écrit sur la partie gauche : Le slogan est bien et le titre est attirant parce que ce ne sont pas des mensonges.</p> <p>P : alors allez m'expliquer pourquoi c'est pas des mensonges<1> d'accord ↘ vous faites vos calculs Nathan ↗ pas trop de phrases on a dit alors (un élève dit à Marion qu'elle devrait changer de stylo. Marion change de stylo)</p> <p>P : alors vous allez expliquer vous écrivez puis on va expliquer</p> <p>Nathan écrit à la suite :</p> $\frac{750\,000}{2} = 375\,000$ $232\,749 + 121\,000 + \quad = 375\,000$ <p>Le total des lots fait 375 000 et 375 000 est la moitié de 750 000</p> $\frac{375\,000}{750\,000} = \frac{1}{2}$
28 :40	<p>P : alors vous écrivez puis vous expliquerez après un petit peu à l'oral ce que vous avez fait <1> on vous laisse un peu le temps.</p> <p>Marion écrit aussi :</p> <p>On nous dit en tout → 750 000 tickets</p> <p>Gagnants → 375 000 tickets</p> <p>375 000 → 750 000 : 2</p> <p>Je ne suis pas d'accord avec le titre du slogan car</p> <p>Malgré qu'il y est la moitié des tickets gagnants ($\frac{1}{2}$) on ne pas garantir...(illisible)</p>
29 : 00	<p>P : D'accord donc ça revient à la même chose <inaudible></p> <p>Marion et Nathan écrivent au tableau.</p>
29 :59	<p>P (s'adressant à un élève) : Comment vous avez pu faire ↗</p> <p>Echange avec l'élève <inaudible></p> <p>P circule dans la classe regarde des écrits et pose des questions.</p>
31 :31	<p>P alors ici est-ce que quelqu'un a trouvé autre chose ↗</p> <p>Vous avez à peu près fait pareil ↗ sur le deuxième le premier</p> <p>Paul vous avez fait autre chose ↗</p> <p>E : non j'ai fait la solution de Marion.</p> <p>P regarde ce qu'il a écrit et dit : Ce n'est pas forcément la solution de Marion.</p>
31 :48	<p>P s'adressant à la classe : qu'est-ce que c'est que gagner pour vous ↗</p> <p>Plusieurs élèves répondent ensemble.</p> <p>P : levez la main levez la main ↑ qu'est-ce que c'est que gagner pour vous ↗</p> <p>E : ça dépend quoi surtout » hésite.</p> <p>P : quand on vous dit dans un slogan : une chance sur deux de gagner ↗ »</p> <p>Théo : c'est heu de de gagner un lot</p> <p>P : de gagner un lot d'accord heu les lots ici ils vont de de quelle somme à quelle somme ↗</p> <p>Les élèves hésitent.</p>
	<p>Quelles sont les sommes que l'on peut gagner ↗ Julien quelles sont les sommes que l'on peut gagner ↗</p> <p>J : euh 350 000 euh P : Pardon ↗</p> <p>J : 350 <heu> Un autre rajoute : mille euros.</p> <p>P : vous n'écoutez pas la question car vous n'êtes pas attentif. Vous n'avez pas écouté la question. Vous ne pouvez pas y répondre correctement</p>
32 :36	<p>P : Terry ↗</p> <p>Terry : on peut gagner 2 € 4 € 15 € 40 € 100 € et 1 000 €.</p> <p>P : d'accord <1> donc dans le Nathan dans le raisonnement que vous faites vous</p>

32 :55	<p>me dites vous qu'est-ce que vous avez fait alors ↗ vous me dites vous avez additionné le nombre de ↗</p> <p>Nathan : tickets</p> <p>P : tickets ↗</p> <p>Nathan « gagnants »</p> <p>P : « gagnants d'accord <1> vous avez trouvé qu'il est égal à ↗</p> <p>Nathan : 375 000</p> <p>P : 375 000 et vous avez comparé donc vous avez cherché la probabilité de gagner d'accord de ti..d'attraper de tirer d'acheter un ticket gagnant d'accord gagnant dans le sens où je gagne quelque chose je sais pas ce que je gagne mais je gagne quelque chose. Il me dit que cette probabilité c'est 375 000 divisé par 750 000 donc quand il réduit cette fraction il tombe sur $\frac{1}{2}$ donc il dit bien qu'il a une chance sur deux de gagner d'accord ↗</p>
33:19 33 :21 33 :24	<p>E : et c'est le total des tickets et pas des lots</p> <p>P : tout à fait total des tickets donc je corrige votre rédaction ici tickets je marque</p> <p>P remplace au tableau dans la solution de Nathan « lots » par « tickets ».</p> <p>P : c'est ça ↗</p> <p>E : oui</p>
33 :27	<p>P : d'accord ↑ donc ici vous d'après vous quand il obtient sa probabilité il dit bien que le slogan est donc <heu> bien et c'est donc vrai que le titre est attirant <1> est-ce que maintenant il a pris en considération toutes les données ↗</p> <p>Plusieurs élèves répondent non.</p>
33 : 39 33 : 51	<p>Non. (P se tourne vers la solution de Marion écrite au tableau). qu'est-ce qu'elle a considéré en plus comme données Nathan ↗ est-ce que vous le voyez vous la différence ↗ quoi la différence ↗ qu'est-ce qu'elle a apporté en plus dans son raisonnement ↗</p> <p>Nathan ne sait pas quoi répondre.</p> <p>P à Marion : « allez-y. »</p>
33 :53	<p>Marion : imaginons <heu >parce qu'on nous dit que les lots vont de 2 € à 1000€ oui imaginons <ben> que ben même on achète deux tickets y en a un qui soit donc où on gagne 2 € on aura dépensé 6 € pour gagner 2 € donc on aura quand même dépensé 4 € et au final euh forcément...</p>
34 : 10	<p>P : oui là c'est une expérience aléatoire c'est-à-dire que vous avez pris 2 billets sur les 750 000.</p> <p>Marion : bon forcément↘</p> <p>P : Mais par contre si on regarde on on qu'est-ce que vous avez comparé ↗</p>
34 : 18	<p>Marion : un ticket et minimum 2 gains gagnants.</p> <p>P : Deux gains gagnants c'est-à dire que on considère y en a qui ont considéré que gagner c'était gagner n'importe quel lot que ce soit 2 € 3 4 etc...1 000</p> <p>P : et certains ont considéré qu'on n'était pas gagnant lorsqu'on gagnait ↗</p> <p>(En fond on entend ah oui)</p> <p>Un E répond : 2 €↘</p>
34 :38	<p>P : 2 € <1> pourquoi on n'est pas gagnant ↗</p> <p>Plusieurs élèves répondent à la fois(inaudible)</p> <p>P : parce que le ticket coûte ↗</p> <p>E : 2 €↘</p> <p>E : parce qu'on gagne rien pour 2 € <1>on perd quand même 1 €↘</p> <p>E (un autre): on perd plus que ce qu'on gagne</p> <p>P : donc comment il est ce slogan ↗ c'est vrai que bon attirant il est attractif ce slogan pourquoi ↗ parce qu'on gagne quelque chose↘</p>

	<p>Nathan : parce qu'en fait si une autre personne qui achète un ticket on sait qu'on va être gagnant sur l'un des deux. Non pas obligatoirement mais</p> <p>P : non Nathan mais...qu'est-ce qui est attractif ↗</p>
<p>35 :04</p> <p>35 :07</p>	<p>E (une autre élève) : on a une chance sur deux de gagner un lot mais on n'a pas une chance sur deux de gagner de l'argent ↘</p> <p>P : voilà on a une chance sur deux de gagner un lot il va falloir jouer sur les termes ici sur les mots une chance sur deux de gagner un lot par contre tous les lots ne sont pas. ↘ ne rapportent pas forcément un gain d'argent <2> donc ici qu'est-ce qu'il aurait été judicieux de faire presque ↗ quelqu'un pourrait-il ↗</p>
<p>35 :28</p> <p>36 :24</p> <p>36 :51</p> <p>37 :04</p>	<p>E : eh ben de calculer le nombre de tickets en plus de < heu> plus la moitié des tickets perdants enfin le nombre de tickets qui nous rapportent deux euros</p> <p>P : oui</p> <p>E : plus le nombre de tickets <heu> fin la moitié des <heu></p> <p>P : perdants ↗</p> <p>E : des perdants c'est-à-dire 375 000 ↘</p> <p>P : d'accord.</p> <p>E : les additionner et on aurait ben exactement la même chose qu'on perdrait</p> <p>P : exactement ↘ qu'est-ce qu'il va faire ↗ il va calculer la probabilité de gagner d'acheter un ticket qui est non gagnant et un ticket qui lui permettrait de gagner deux euros ↘ d'accord ↗ et vous l'avez ↗ donc après au niveau de la rédaction bon c'est c'est pas trop mal ↘ donc là il manque une donnée ↘ Ici ben on pourrait le justifier avec un calcul ça ↘ d'accord ↗</p> <p><i>Un élève demande la parole « Madame »</i></p> <p>P : donc le calcul que vient de faire Theo d'accord ↗ chercher évidemment la probabilité de d'acheter un ticket qui n'est pas gagnant dans le sens de pas gagnant c'est ne pas obtenir un gain supérieur au montant de <heu> u ticket ↘</p> <p><i>Un élève demande la parole</i></p> <p>P : Oui</p> <p>E : après les deux ont raison parce que < heu> on gagne peut-être pas on gagne pas de l'argent mais on gagne un gain ↘</p> <p>P : donc ça veut dire que là la société de jeu elle va jouer sur les mots ↘</p> <p>E (<i>Simultanément</i>): elle joue sur les mots ↗</p> <p>P : elle joue sur les mots quand elle dit une chance de gagner on va gagner un lot mais comme dit Laurette attention le lot n'est peut-être pas supérieur évidemment à l'argent que l'on aura dépensé pour l'achat du ticket</p> <p><i>Plusieurs élèves parlent ensemble (inaudible)</i></p> <p>E : c'est vrai mais c'est faux.</p> <p>E : tu dis que c'est faux par rapport à .</p> <p>E (un autre) : tu perds de l'argent</p> <p>E (un autre) : c'est l'arnaque.</p> <p>P : donc il faut faire attention d'accord ↗ quel est un peu le le bilan que l'on peut en faire de ces jeux ↗ de ces slogans un petit peu ... ↗</p> <p>E : c'est l'arnaque</p> <p>E : c'est un peu arnaquer parce que il y a beaucoup plus de gens qui gagne 2 € que d'autres qui <inaudible></p> <p>P : y a déjà il faut voir l'esprit critique voilà déjà quand on lit un slogan il faut faire attention parce que voilà est ce que la société ↘</p> <p>E : c'est bien pensé ↑</p> <p>E : on se pose pas trop la question quand on lit</p>

37 : 12	<p>P : eh oui c'est pour ça qu'il faut se poser la question vous allez être des adultes il va falloir être un peu plus responsables avoir un regard un peu plus critique par rapport à ça ㄿ d'accord ㄿ</p> <p><i>Des élèves échangent (inaudible)</i></p>
37 :20	<p>P : c'est comme pareil la société de jeu la française des jeux pour ne pas la citer qui <heu> quand elle donne son slogan-là 100 % des gagnants ont tenté leur chance slogan qui a fait quand même... tout le monde connaît ㄿ hein ㄿ</p> <p>E : oui</p> <p>P : donc c'est pareil c'est c'est pas...</p> <p>E : c'est normal</p> <p>P : c'est pas mensonger c'est vrai mais du coup ça attire plein de clients d'accord en est bien d'accord</p> <p><i>Des élèves échangent (inaudible) On entend : y en a qui ont perdu</i></p>
37 :42	<p>P : heu Théo est-ce que vous voulez me faire le calcul s'il vous plaît de la probabilité que vous m'avez donné à l'oral là sur heu</p> <p><i>E (en aparté) : c'est quoi le truc 100 % des gagnants ont tenté leur chance ㄿ</i></p> <p>E (lui répond) : oui forcément les gagnants ont tenté leur chance</p> <p>P : à la maison quand vous reprendrez votre travail</p> <p>Théo : je le fais là madame ㄿ</p> <p><i>E (en aparté) : tu me diras ils ont raison quand même.</i></p> <p><i>P répond à Théo : faites- le là y a pas de souci ㄿ</i></p> <p><i>E : <inaudible> il explique ce qu'il a écrit sous sa feuille. On entend on enlève tout ça)</i></p> <p><i>C'est l'élève qui a calculé les gains obtenus par la société de jeu.</i></p>
38 :36	<p>P : oui mais là c'est par rapport à...</p> <p><i>P se tourne vers Théo qui est au tableau.</i></p> <p>P : alors on y va il met fait la somme des .. 375 000 c'est les tickets non gagnants donc vraiment pas de lots on considère ici les lots et ensuite les lots de 2 € ㄿ par contre c'était 200 heu...</p> <p>E : Théo ça fait 9 ㄿ</p> <p>P : vous avez pris les lots de 4 € ㄿ</p> <p>Théo : non non c'est</p> <p>P : 121 000 ce n'était pas ça c'était ㄿ</p> <p><i>Théo écrit</i></p> <p>P : alors 607 749 ça c'est le nombre finalement de tickets non gagnants quand on parle de gain d'argent d'accord par rapport aux tickets que</p> <p>E : y en a beaucoup</p> <p>P : eh oui il en a beaucoup ça veut dire que la probabilité qu'est-ce que alors mettez la probabilité</p> <p>Théo : sur combien sur 700 combien ㄿ</p> <p>P : sur 750 000</p> <p><i>Théo écrit</i></p>
39 :52	<p>P : demain je vous donnerai un petit prolongement parce que j'en vois plein chercher < euh> la somme d'argent que va récupérer la société de jeu donc je vous donnerai un petit prolongement y en a qui s'amuse à le faire là donc en fait qui m'appellent pour me dire toute toute la somme d'argent que la société de jeu va empocher on fera un petit prolongement d'accord ça donnera un petit devoir maison comme ça vous travaillerez dessus ㄿ</p> <p>Nathan : oh non (<i>non très long</i>)</p> <p>P : oh si (<i>en insistant sur le si</i>)</p>

	<p>E : Madame mais je ...</p> <p>P s'approche de l'élève pour voir ce qu'elle a écrit.</p> <p>Nathan : trop gentil</p> <p>E (<i>on entend au fond une élève</i>) : ce soir je vais le faire <1> je vais chercher car demain je vais pas savoir <2> ce soir je vais commencer à chercher</p> <p>P (<i>à l'élève qui l'a appelé</i>) : oui c'était ça 375 000 il y a 375 000 tickets non gagnants non gagnants plus 232 749 tickets qui vous permettent de gagner 2 €</p> <p>donc la somme des deux 7 C'est 7</p> <p>E : (inaudible)</p> <p>P : c'est 607 (en insistant sur le 6)</p> <p>E (<i>voit son erreur</i>) : ah oui 7</p> <p>P : c'est 607 7 attention 7</p>
40 :42	<p>P se tourne vers le tableau : Attention 7 sur d'accord 7. <i>l'élève corrige.</i></p> <p>P : oui sur d'accord 7 donc c'est quoi la probabilité 7 on va le faire mathématiquement <3> sur 7 voilà faites-le 7 ça fait combien 7 c'est quoi les pourcentages 7 en termes de pourcentages 7 environ 7 environ 80 7 vous le faites de tête là 7</p> <p>P <i>à un autre élève</i> : calculez-le là on va voir là s'il est...</p> <p>P : environ 7 combien 7</p> <p>E : 607 749 et dit à Théo : donne ta calculette 7 attends je te calcule 7 607 749 divisé par combien 7</p> <p><i>Un autre élève a fait le calcul et a trouvé 81 % (081 sur la calculatrice)</i></p> <p>P : 81 7 c'est parfait 7</p> <p>Théo : 81 7</p> <p>E : oh de tête 7 un autre : il avait juste 7</p> <p>P : de tête il a fait ça environ 81 % 7 donc ici si on considère en termes de gain d'argent 81 % de chances de ne pas gagner d'argent 7 c'est plutôt pas mal 7 On est loin d'une chance sur deux hein 7</p> <p>E (à part) : moi je suis un chanceux j'achète un ticket et j'achète celui qui gagne 1000 € E : tu es vraiment un chanceux alors</p>
42 :07	<p>P : alors prenez le cahier de textes pour heu jeudi on va le faire 7 4 avril 7 vous me vous me prendrez bon ce que vous avez fait d'accord 7 vous me rédigerez si vous voulez vous allez améliorer la rédaction 7</p> <p>E : oh non pas la rédaction 7 c'est le truc que < inaudible > je comprends rien 7</p> <p>E (un autre) : en gros tu écris</p> <p>P : eh bien justement la rédaction 7 quand je parle de rédaction c'est présenter sa démarche</p> <p>E : sur feuille 7</p> <p>P : sur feuille oui je validerais des compétences 7</p> <p>Laurette <i>interpelle P</i> : mais Madame j'ai (inaudible)</p> <p><i>P s'approche pour regarder le travail de Laurette.</i></p> <p>E : sur feuille à part</p> <p>E(un autre) : sur feuille double madame 7</p>
43 :05	<p>P <i>à Laurette</i> : d'accord et donc vous avez trouvé donc vous avez fait « non A » le contraire 7</p> <p>P : donc Laurette elle me dit qu'elle avait fait l'inverse elle avait calculé le nombre de tickets d'accord c'est bien ça Laurette 7 elle a calculé le nombre de tickets qui lui permettaient de gagner plus de deux € qu'est-ce qu'elle a fait finalement 7 elle a fait le 7</p> <p><i>Des élèves hésitent.</i></p> <p>P : elle a fait le 7</p>

	<p>E : le contraire P : le contraire oui c'est quoi ↗ E : de l'évènement A P : le contraire ↘ non ↗ E : non A ↘ P : en fait elle a fait le contraire d'accord ↗ de l'évènement ↘</p>
43 :39	<p>P : allez vous gardez ça quand même ↘ vous le mettez en <1> ah oui jeudi vous avez encore le devoir maison mais bon ↘ allez on va reprendre donc <1> C'est bon là pour tout le monde ↗ <i>Plusieurs élèves répondent oui.</i> P : je vous conseille de noter un petit peu un petit peu ce que vous avez à noter E : on en fait un autre ↗ P : alors ↘ pardon ↗ E : on va en faire un autre ↗ P : non là on ne va pas en faire un autre ↘ on va s'arrêter là < inaudible> on va travailler la correction des exercices <1> vous aviez une section <2> je peux effacer ↗ vous aviez des choses à... <i>Un surveillant entre et demande aux élèves de donner leur autorisation...</i></p>
45 :16	Fin de l'enregistrement.

Entretien post du 2 avril 2013-(3 min10)

Nos questions sont précédées d'un I et celles de Pascale d'un P.

(0:00:00) I	alors P..... qu'as-tu de cette séance une chance sur deux ↗
(0:00:05) P	alors qu'est-ce que j'en ai pensé ↗ j'ai trouvé que tout le monde avait fait quelque chose <2> ils s'étaient tous interrogés alors certains sont un peu partis y en a un qui est parti sur <heu> du côté de la société de jeux donc c'est rigolo il a commencé à regarder combien d'argent il allait pouvoir
(0:00:20) I	oui c'est celui qui était là-bas
(0:00:21) P	oui combien d'argent il allait pouvoir gagner <1> la société de jeux allait pouvoir gagner <2> et après tout le monde a écrit quelque chose alors c'est vrai qu'au départ ils étaient tous là alors le slogan est vrai puis finalement ils se sont amenés à se poser plus de questions <1> comme par exemple l'élève là Nathan qui est un élève en difficulté plus plus plus plus plus
(0:00:42) I	ah oui d'accord†
(0:00 :43) P	Il s'est finalement au début posé beaucoup de questions de questions puis finalement il a réfléchi <1> finalement c'est pas un exercice qui pouvait amener beaucoup de beaucoup de questions en plus était sur une <..> mais je l'ai trouvé vachement intéressant <1> ça m'a permis de voir comme cet élève-là celui -ci qui est en grande difficulté qui m'a calculé en fait chaque chaque <2> qui m'a calculé chaque pourcentage de gagner la probabilité < P bafouille> de ah ah la probabilité d'avoir un billet gagnant pour 2 € pour 4 €
(0:01 :16) I	2 € 4€ d'accord.
(0:01 :17) P	donc il s'est aperçu qu'il avait des nombres décimaux des

	fractions qui n'étaient pas <1> décimales et du coup qui m'a dit que c'était peut-être pas judicieux de passer par là et c'est un élève qui est en grande difficulté aussi plus plus plus
(0:01:26) I	d'accord.
(0:01:27) P	donc voilà des petites choses comme ça que j'ai trouvées assez <heu> intéressantes <1> tout le monde a bien vu qu'il y avait <heu> une chance sur deux puisqu'il y avait 375 000 tickets gagnants <1> pas forcément termes de gain <1> donc ils ont perçu l'indice <heu> la donnée assez utile de 3 € voilà mais après j'ai trouvé <2> voilà après je l'ai pas <euh> après tu en diras ce que tu veux mais je l'ai fait avec l'autre classe de troisième qui l'ont rédigé individuellement et puis j'ai ramassé après on a fait une séance à l'oral <2> là bon voilà j'ai trouvé pas mal d'en parler aussi à deux d'échanger <1> parce qu'il y a eu interactions
(0:02:07) I	oui après ça ça fait
(0:02:09) P	ça génère plus <euh> d'échanges
(0:02:12) I	d'accord
(0:02:13) P	Oui voilà c'est plus intéressant à deux <2> je te dis ils ont essayé de communiquer
(0:02:18) I	Oui et juste avant que tu le dises y avait une élève qui l'avait proposé
(0:02:21) P	d'accord
(0:02:22) I	Est-ce qu'on peut se mettre par deux donc voilà ça venait d'eux aussi le fait de
(0:02 :26) P	Voilà on le fait souvent à deux après
(0:02:28) I	Ah voilà d'accord c'est parce que c'est instauré comme ça
(0:02 :29) P	c'est instauré <2> voilà parfois parfois ça a été seul mais depuis un moment là c'est à deux parce que je trouve que ça génère un petit peu plus de <1> après il faut tolérer le bruit <1> mais finalement je trouve que de plus en plus je le tolère <1> parce que c'est vachement positif
(0:02 :44) I	d'accord
(0:02 :45) P	voilà <3> j'aime bien cette activité je la trouve intéressante <1> parce que voilà elle permet de revoir un petit peu de réinvestir les probabilités sans parler de probabilités en parlant de chances <1> donc quelque part ça les met vraiment en situation de vie courante et <euh> voilà c'est porter d'avoir un regard critique comme a dit une élève par rapport à ce qu'on pouvait lire
(0:03 :04) I	Oui c'est ce qu'il a dit ouais ouais d'accord
(0:03 :06) P	voilà
(0:03 :07) P	très bien\merci\
	Fin de l'entretien.

Annexe 10 : Questionnaire distribué aux élèves de 3^e de la classe de Pascale

Voici quelques questions concernant les exercices « à prise d'initiative » que vous avez faits cette année avec Mme XXXX.

Je vous remercie de compléter ce questionnaire : cela me sera utile pour mon travail de recherche.

(Vous pouvez écrire seulement votre prénom).

Je vous souhaite de bonnes révisions pour le brevet et une belle réussite à l'examen,

Mme Marfaing.

Prénom :

1. Appréciez-vous ce type d'exercice ?
2. Qu'est-ce qui vous plaît dans ce type d'exercice
3. Qu'est-ce qui vous déplaît dans ce type d'exercice ?
4. A votre avis, quels sont les avantages pour votre apprentissage à pratiquer ce type d'exercice ?
5. Le sujet de dernier brevet blanc comportait-il de tels exercices ? (indiquez le nombre)
6. Quel est l'exercice « à prise d'initiative » que vous avez préféré au cours de l'année ?
(Indiquez son titre, ou bien précisez de quoi il était question). Précisez pourquoi.

UNE CHANCE SUR DEUX

Annexe 11 : « Une chance sur deux » Banque de situations d'apprentissage.

Fiche professeur

Niveaux et objectif pédagogiques

3^e : Travailler le vocabulaire : « chance », « probabilité » au travers d'une situation concrète.

Développer l'esprit critique.

Modalités de gestion de classe

Travail en classe. Possible introduction de la notion de chance et de probabilité.

Travail individuel ou en groupes après appropriation individuelle.

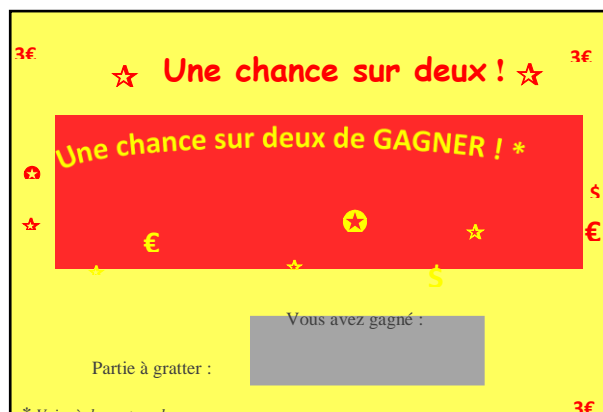
L'activité nécessite l'usage d'une calculatrice, éventuellement celui d'un tableur.

Degré de familiarisation du professeur

Premier degré

Situation

Sur le recto d'un ticket de jeu à gratter « Une chance sur deux ! », coûtant 3€, on peut lire ceci :



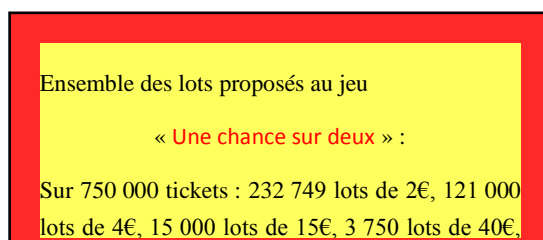
Consignes données à l'élève

Que penses-tu de ce slogan et du titre de ce jeu ?

Explique ton raisonnement en présentant ta démarche et tes calculs.

Supports et ressources de travail

Document 1 : Sur le verso de ce ticket, on peut lire ceci :



Support de travail : Tableur ou calculatrice

Dans le document d'aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités

Pratiquer une démarche scientifique ou technologique	Capacités susceptibles d'être évaluées en situation	Exemples d'indicateurs de réussite
<i>Rechercher, extraire et organiser l'information utile.</i>	<ul style="list-style-type: none"> Extraire d'un document les informations utiles. 	<ul style="list-style-type: none"> Déterminer le nombre de tickets gagnants ou perdants. Organiser les différentes étapes.
<i>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</i> <i>Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.</i>	<ul style="list-style-type: none"> Déterminer une probabilité dans un contexte familier. 	<ul style="list-style-type: none"> Percevoir le sens qu'il convient ici d'attribuer au verbe « gagner ». Calculer la probabilité d'obtenir un billet gagnant.
<i>Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.</i>	Expliciter de manière correcte la démarche	<ul style="list-style-type: none"> Présenter à l'écrit ou à l'oral la démarche engagée.

Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques	Capacités susceptibles d'être évaluées en situation	Exemples d'indicateurs de réussite
<i>Organisation et gestion de données</i>	<ul style="list-style-type: none"> Déterminer des probabilités dans des contextes familiers Effectuer, à la main ou avec un tableur-grapheur, des traitements de données. 	<ul style="list-style-type: none"> Calculer la probabilité d'obtenir un billet gagnant.
<i>Nombres et calculs</i>	<ul style="list-style-type: none"> Mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice, tableur). 	

Dans les programmes des niveaux visés

Niveaux	Connaissances	Capacités
3e	Notion de probabilités	<ul style="list-style-type: none"> Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité. Calculer des probabilités dans des contextes familiers.

Aides ou "coups de pouce"

Vérification d'une bonne compréhension de la situation et de la consigne

Pour inciter les élèves à reformuler la consigne, on pourra leur demander : Quel est le travail à effectuer ?

- Que signifie ici le mot « gagner » ?
- Dans quels cas a-t-on un billet gagnant ?
- A quelle fréquence cela arrive-t-il ?

Aide à la démarche de résolution

- Quelle est le nombre de billets « gagnants » ?
- Comment calculer la fréquence de ces billets gagnants ?

Apport de connaissances et de savoir-faire

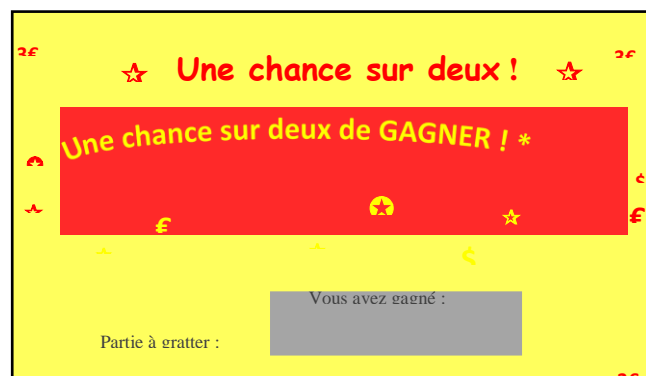
- Passer d'une fréquence à une fréquence en pourcentage.
- Analyser le slogan « une chance sur deux »

Approfondissement et prolongement possibles

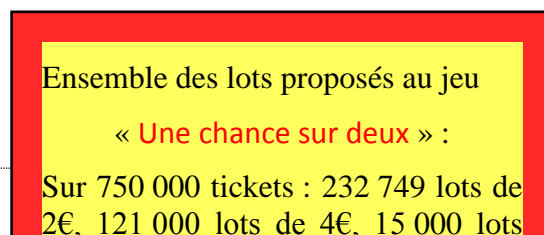
Propose une nouvelle répartition des lots qui respecte le slogan tout en permettant aux organisateurs du jeu de réaliser un bénéfice.

Annexe pour l'élaboration d'une fiche élève

Sur le recto d'un ticket de jeu à gratter « Une chance sur deux ! », coûtant 3€, on peut lire ceci :



Sur le verso de ce ticket, on peut lire ceci :



Titre. : Favoriser la prise d'initiative en mathématiques au collège : quelle évolution dans les praxéologies professorales ?

Résumé. Considérant les modifications apportées aux modalités de l'épreuve de mathématiques du diplôme national du brevet pour la session 2012, qui introduisent explicitement des « tâches non guidées exigeant une prise d'initiative de la part du candidat », nous nous intéressons à l'évolution des praxéologies professionnelles engendrée par cette injonction institutionnelle. Le travail de recherche présenté porte sur les conditions et contraintes de diffusion de ce changement dans l'enseignement des mathématiques au collège. Cette question est abordée sous l'angle des ressources à disposition des professeurs, ainsi qu'à travers l'observation de praxéologies spontanées. Trois études de cas permettent de mettre en évidence l'émergence de nouvelles praxéologies de direction d'étude et, plus généralement, d'aide à l'étude.

Mots clés. Didactique des mathématiques. Paradigme. Pratiques enseignantes. Praxéologies professorales. Prise d'initiative. Ressources. Tâche non guidée. Théorie anthropologique du didactique (TAD).